



TEMA 0: NÚMEROS NATURALES, ENTEROS Y RACIONALES

ÍNDICE

1. Producto (multiplicación)	2
2. División.....	2
3. Mínimo Común Múltiplo (mcm)	3
4. Máximo Común Divisor (MCD)	4
5. Números Enteros.....	6
6. Potencias.....	7
7. Fracciones.....	10

1. PRODUCTO (MULTIPLICACIÓN)

La multiplicación de dos o más números se puede realizar de distintas maneras sin que el resultado varíe. Son las propiedades **conmutativa** y **distributiva**.

- **Conmutativa:** No importa el orden de la operación.

$$2 \cdot 3 = 3 \cdot 2$$

- **Distributiva:** El producto de una suma (o diferencia) es igual a la suma (o diferencia) de las multiplicaciones de dicho número por cada uno de los sumandos.

$$6(5 - 2) = 6(5) - 6(2).$$

Recuerda que hay varias formas de escribir una multiplicación: $3 \times 6 = 3(6) = 3 \cdot 6$

ACTIVIDADES

1. Calcula aplicando la propiedad distributiva.

a) $3 \cdot (5 + 9) =$

c) $10 \cdot (12 - 9) =$

b) $8 \cdot (9 - 4) =$

d) $12 \cdot (3 + 11) =$

Recuerda

Un producto en el que todos los factores son iguales se puede expresar en forma de **potencia**:

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4$$

El opuesto de una potencia es la raíz.

2. DIVISIÓN.....

Dividir es repartir una cantidad en partes iguales.

Los términos de la división se llaman **dividendo**, **divisor**, **cociente** y **resto**.

- **Dividendo:** cantidad que se reparte (D).
- **Divisor:** número de partes que se hacen (d).
- **Cociente:** cantidad que corresponde a cada parte (c).
- **Resto:** cantidad que queda sin repartir (r).

En toda división se cumple que:

$$\text{Dividendo} = \text{divisor} \cdot \text{cociente} + \text{resto}$$

La división puede ser:

- **Exacta.** Su resto es cero: $r = 0$. No sobra ninguna cantidad. En este caso decimos que el dividendo y el divisor son **múltiplos** o divisibles.
- **Inexacta.** Su resto no es cero: $r \neq 0$ y $r < d$. Se denomina división entera.

EJEMPLO

Exacta

$$\begin{array}{r} 288 \overline{) 24} \\ 48 \quad 12 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$288 = 24 \cdot 12$$

$$r = 0$$

Inexacta

$$\begin{array}{r} 96 \overline{) 25} \\ 21 \quad 3 \end{array}$$

$$96 = 25 \cdot 3 + 21$$

$$r = 21 \quad \text{y} \quad 21 < 25$$

ACTIVIDADES

2. Al dividir un número entre 27 el cociente es 12 y el resto es 9. ¿De qué número se trata? Utiliza la fórmula.

3. MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO (MCM)

El mínimo común múltiplo de dos números es el **menor** de sus divisores comunes.

¿Cómo lo vamos a hallar?

Para hallar el mínimo común múltiplo de dos números seguimos estos pasos.

- 1.º Descomponemos los dos números en factores primos.
- 2.º Multiplicamos los factores primos **comunes y no comunes**. Si hay números repetidos, escogemos el que esté elevado al mayor exponente.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad 12 = 2^2 \cdot 3$$

$$\begin{array}{r|l} 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \quad 42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$$

$$\text{m.c.m.} (12, 42) = 2^2 \cdot 3 \cdot 7 = 84$$

ACTIVIDADES

3. Halla el mínimo común múltiplo de estos números, descomponiendo en factores primos.

a) 21 y 105

$$\begin{array}{r|l} 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$21 = \square \cdot \square$$

$$105 = \square \cdot \square \cdot \square$$

$$\text{m.c.m. (21, 105)} = \square \cdot \square \cdot \square = 105$$

c) 60 y 210

$$\begin{array}{r|l} 60 & \text{—} \\ 30 & \text{—} \\ 15 & \text{—} \\ 5 & \text{—} \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 210 & \text{—} \\ 105 & \text{—} \\ 35 & \text{—} \\ 7 & \text{—} \\ 1 & \end{array}$$

$$60 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$210 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$$

$$\text{m.c.m. (60, 210)} = \square \cdot \square \cdot \square \cdot \square = 420$$

b) 33 y 88

$$\begin{array}{r|l} 33 & 3 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 88 & 2 \\ 44 & \text{—} \\ \text{—} & \text{—} \\ 11 & \text{—} \\ 1 & \end{array}$$

$$33 = 3 \cdot \square$$

$$88 = 2^3 \cdot \square$$

$$\text{m.c.m. (33, 88)} = \square \cdot \square \cdot \square = 264$$

d) 45 y 80

$$\begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ 15 & \text{—} \\ \text{—} & \text{—} \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 80 & \text{—} \\ \text{—} & \text{—} \\ \text{—} & \text{—} \\ \text{—} & \text{—} \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$45 = 3^2 \cdot \square$$

$$80 = 2^4 \cdot \square$$

$$\text{m.c.m. (45, 80)} = \square \cdot \square \cdot \square = 720$$

4. MÁXIMO COMÚN DIVISOR (MCD)

El máximo común divisor de dos números es el **mayor** de sus divisores comunes.

¿Cómo lo vamos a hallar?

Para hallar el máximo común divisor de dos números seguimos estos pasos.

- 1° Descomponemos los dos números en sus factores primos.
- 2° Multiplicamos los factores primos **comunes** de ambos (¡Solo números en común!). Si hay números repetidos, escogemos el que esté elevado al menor exponente.

TRUCO: Si hacemos primero el mcm, los números no escogidos serán el MCD.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$12 = 2^2 \cdot 3$$

$$\begin{array}{r|l} 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$$

$$\text{m.c.d. (12, 42)} = 2 \cdot 3 = 6$$

ACTIVIDADES

4. Halla el máximo común divisor de estos números, descomponiendo en factores primos.

a) 21 y 105

$$\begin{array}{r|l} 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$21 = 3 \cdot 7$$

$$\begin{array}{r|l} 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$105 = 3 \cdot \square \cdot \square$$

$$\text{m.c.d.}(21, 105) = \square \cdot \square = 21$$

c) 60 y 210

$$\begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ _ & _ \\ _ & _ \\ _ & _ \end{array}$$

$$60 = 2^2 \cdot \square \cdot \square$$

$$\begin{array}{r|l} 210 & 2 \\ _ & _ \\ _ & _ \\ _ & _ \end{array}$$

$$210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$$

$$\text{m.c.d.}(60, 210) = \square \cdot \square \cdot \square = 30$$

b) 33 y 44

$$\begin{array}{r|l} 33 & 3 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$$33 = 3 \cdot \square$$

$$\text{m.c.d.}(33, 44) = 11$$

$$\begin{array}{r|l} 44 & _ \\ _ & _ \\ 11 & _ \\ 1 & \end{array}$$

$$44 = 2^2 \cdot \square$$

d) 45 y 80

$$\begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ 15 & _ \\ _ & _ \\ 1 & \end{array}$$

$$45 = 3^2 \cdot \square$$

$$\text{m.c.d.}(45, 80) = 5$$

$$\begin{array}{r|l} 80 & _ \\ _ & _ \\ _ & _ \\ _ & _ \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} _ & _ \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$80 = 2^4 \cdot \square$$

PROBLEMAS

Resuelve los siguientes problemas de **mcm** o **MCD**.

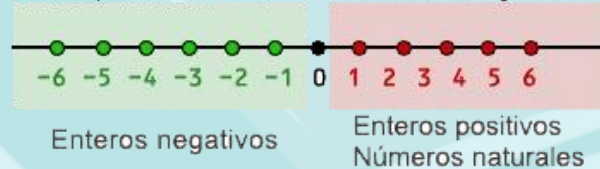
- Jaime va a la piscina cada tres días, juega al tenis cada cuatro días y visita a sus abuelos una vez cada seis días. Si hoy ha hecho las tres cosas a la vez, ¿dentro de cuántos días volverá a hacer las tres cosas el mismo día?
- Marta cuenta los libros que hay en una estantería de dos en dos y le sobra uno. Para comprobar que los ha contado bien los vuelve a contar, pero de tres en tres y le da la misma cantidad y le vuelve a sobrar uno. Intrigada por la casualidad los vuelve a contar de 5 en 5, obtiene el mismo resultado y le vuelve a sobrar uno. En la estantería hay más de 100 y menos de 150 libros. ¿Cuántos libros tiene la estantería?
- El profesor de Lengua de las clases de 1.º A y 1.º B con 24 y 30 alumnos respectivamente, quiere que hagan un trabajo en equipo. Todos los equipos tienen que tener el mismo número de alumnos y por supuesto no quiere que se mezclen alumnos de las dos clases. ¿De cuántos alumnos pueden ser los equipos y cuántos habrá en cada caso en cada clase?

8. Se quiere partir dos listones de 120 cm y 140 cm en trozos del mismo tamaño sin que sobre nada de ninguno de los dos listones y cortando cada listón en el menor número de trozos posible. ¿De qué tamaño tienen que ser los trozos?
9. En una nave se almacenan cajas de 20 cm y 15 cm de altura, poniendo unas sobre otras formando pilas. Todas las pilas deben tener la misma altura y ser la máxima posible sin sobrepasar 150 cm y sin mezclar en ninguna caja de las dos clases. ¿Es posible almacenar de esta forma 240 cajas de cada clase sin que sobre ninguna?
10. Se ha cubierto el suelo de una habitación rectangular que mide 480 cm de largo por 330 cm de ancho con baldosas cuadradas del mayor tamaño posible sin tener que cortar ninguna. ¿Cuántas baldosas se han empleado?

5. NÚMEROS ENTEROS

Representamos los números enteros positivos y negativos sobre una recta dividida en intervalos de la misma longitud.

Los números enteros se dividen en tres partes:



→ OPERACIONES CON N° ENTEROS

¡Atención! Se opera de forma diferente si se trata de una suma/resta o de una multiplicación/división.

Suma y Resta

Signos Iguales:

Sumar y repetir el signo.

$$+3 + 5 = +8$$

$$-7 - 2 = -9$$

Signos Opuestos:

Restar y anotar signo del mayor.

$$+3 - 8 = -5$$

$$-7 + 9 = +2$$

Multiplicación y división

$$+ \cdot + = +$$

$$+ \cdot - = -$$

$$- \cdot + = -$$

$$- \cdot - = +$$

ACTIVIDADES

11. Realiza las siguientes restas:

a) $7 - 10 =$

b) $-5 - 6 =$

c) $8 - 4 =$

d) $-10 - 1 =$

e) $-4 - (-2) =$

f) $-2 - (-2) =$

g) $4 - (-6) =$

h) $12 - (-2) =$

12. Realiza las siguientes operaciones de suma y resta:

a) $-3 + 4 - 5 + 6 =$

b) $8 - 9 + 1 - 2 - 1 =$

c) $-4 + 3 - 1 - 5 + 7 - 2 =$

d) $8 + 3 - 2 - 2 - 1 + 4 =$

e) $7 - 10 + 5 - 4 - 3 + 1 =$



13. Realiza las siguientes operaciones compuestas:

a) $3 \cdot (-2) : (-6) =$

b) $-18 : [2 \cdot (-3)] =$

c) $6 : 3 \cdot (-2) \cdot 4 =$

d) $[-10 : (5 \cdot 2)] \cdot (-8 : 2) =$

14. Opera y obtén el valor de cada expresión.

a) $7 - (3 - 5) + 2 \cdot (-6 + 8) =$

b) $7 + 6 \cdot 2 - 8 : (-4) + 3 - 5 =$

c) $3 \cdot (-4 - 3) + 2 \cdot (8 - 12) - 9 : (3 - 6) =$

d) $6 - (4 - 2 \cdot 3) - [6 - (-1 + 7)] =$

e) $7 + (8 - 2) \cdot (-3) + [18 - (-3 - 3)] : (-4) =$

6. POTENCIAS

En una potencia:

$$4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$$

Exponente
Base

Recuerda

El valor de una potencia de 10 es la unidad seguida de tantos ceros como indica su exponente.

$$62 \cdot 10^5 = 62 \cdot 100\ 000 = 6\ 200\ 000$$

Las potencias tienen varias propiedades. Las que vamos a necesitar en este tema son:

- **Multiplicación** de potencias con la misma base: se suman los exponentes.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \Rightarrow 2^4 \cdot 2^3 = 2^{4+3} = 2^7 = 128$$

- **División** de potencias con la misma base: se restan los exponentes.

$$a^m : a^n = a^{m-n} \Rightarrow 3^5 : 3^2 = 3^{5-2} = 3^3 = 27$$

- **Potencia de otra potencia**: se multiplican los exponentes.

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n} \Rightarrow (2^2)^3 = 2^{2 \cdot 3} = 2^6 = 64$$

ACTIVIDADES

15. Expresa en notación científica estos números.

a) 990,85

b) 340

c) 655,1 =

d) 567.765,22 =

e) 15,35 =

f) 340,05 =

g) 37,986 =

h) 4,4 =

i) 3,45 =

j) 0,0567 =

k) 0,000045 =

l) 0,0073 =

m) 0,0000061 =

n) 0,000101 =

o) 0,093 =

p) 0,0007 =

q) 0,367 =

r) 0,4765 =

16. Reduce a una sola potencia.

a) $3^2 \cdot 3^3 =$

b) $4 \cdot 4^2 \cdot 4^3 =$

c) $6^8 : 6^3 =$

d) $(3^2)^3 =$

e) $4 \cdot 4^3 =$

f) $3^5 \cdot 3 \cdot 3^2 =$

g) $6^5 : 6 =$

h) $(2^2)^2 =$

17. Efectúa las siguientes operaciones de operaciones compuestas:

a) $[(1 - 7) - (8 - 3) - (-2)^5] \cdot (15 - 11)^2$

b) $(7 - 3) \cdot 12 + (5 - 1)^2 \cdot [6 - (-3)^4]$

c) $(-3)^2 - (-3^3) + 5^2 \cdot (-2)^2 - [2 - (-4)^2 \cdot (-7)]$

d) $17 - (-4) \cdot (-3 + 6) - 2[4 - 5(2 - 3)^2]$

- A veces se combinan las operaciones de multiplicación y división. En estos casos, se realizan las distintas operaciones, paso a paso:

$$\frac{3^2 \cdot 3^5 \cdot 3}{3^6} = \frac{3^8}{3^6} = 3^2$$

$$\frac{5^6 \cdot 5^3}{5^2 \cdot 5^3} = \frac{5^9}{5^5} = 5^4$$

- Hay que tener en cuenta que solo se puede operar cuando se unifiquen las bases de las potencias:

$$\frac{7^2 \cdot 7^3 \cdot 5^2}{7^2 \cdot 7} = \frac{7^5 \cdot 5^2}{7^3} = 7^2 \cdot 5^2$$

- Si hay exponentes negativos, podemos transformarlos en una fracción: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

$$3^{-4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{1}{81}$$

ACTIVIDADES

18. Simplifica y expresa el resultado como potencia de exponente positivo:

a) $\frac{(3^2 \cdot 3^3)^2 \cdot 3^{-5}}{(3^3)^2} =$

b) $\frac{(2^4 \cdot 2^5)^{-2} \cdot 2^{-10}}{(2 \cdot 2^3)^3}$

c) $\frac{2^2 \cdot (2^4 \cdot 2^{-2})^{-3} \cdot 2^3}{2^{-3} \cdot (2^{-3})^2}$

d) $\frac{5^{10} \cdot 2^2 \cdot (2^3 \cdot 5^2)^{-2}}{2^9 \cdot 5^2}$

e) $\frac{3^{-2} \cdot (2^4)^{-2} \cdot (2^{-3} \cdot 3^{-5})}{2^{-3} \cdot 3^2 \cdot 3^5}$

f) $\frac{3^4 \cdot (2 \cdot 3^{-3})^2}{2^3 \cdot (3^4 \cdot 2^3)^{-2}}$

g) $\frac{6^5 \cdot 2^4 \cdot (2^4 \cdot 3^{-3})^3}{2^3 \cdot 3^{-2}}$

7. FRACCIONES

SUMA (O RESTA) DE NÚMEROS RACIONALES

Para sumar (o restar) fracciones con distinto denominador, las reducimos a común denominador y luego sumamos sus numeradores.

EJEMPLO

Efectúa: $\frac{3}{5} - 2 + \frac{17}{3}$

Hallamos el mínimo común múltiplo de los denominadores: m.c.m. (3, 5) = 15

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{9}{15} \quad 2 = \frac{2 \cdot 15}{15} = \frac{30}{15} \quad \frac{17}{3} = \frac{17 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{85}{15}$$

$$\frac{3}{5} - 2 + \frac{17}{3} = \frac{9}{15} - \frac{30}{15} + \frac{85}{15} = \frac{9 - 30 + 85}{15} = \frac{64}{15}$$

ACTIVIDADES

19. Realiza las siguientes operaciones:

a) $\frac{2}{3} + 3 =$

c) $\frac{9}{4} - 1 =$

b) $4 - \frac{7}{2} =$

d) $6 + \frac{3}{4} =$

20. Realiza las siguientes operaciones:

a) $4 - \frac{5}{3} - \frac{3}{2}$

b) $\frac{5}{2} - \left[1 - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4} \right) \right]$

c) $3 - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right)$

PRODUCTO (O COCIENTE) DE NÚMEROS RACIONALES

- Para **multiplicar** dos fracciones operamos en línea, es decir, efectuamos el producto de los numeradores y lo dividimos entre el producto de los denominadores.
- Para **dividir** dos fracciones, multiplicamos en cruz.

Multiplicación de fracciones

Fración por fracción → $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$

Entero por fracción → $A \times \frac{B}{C} = \frac{AB}{C}$

Ejemplos:

$$\frac{4}{5} \times \frac{3}{7} = \frac{4 \times 3}{5 \times 7} = \frac{12}{35}$$

$$6 \times \frac{2}{5} = \frac{6 \times 2}{5} = \frac{12}{5}$$

División de fracciones

Fración entre fracción

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$$

Fración entre entero

$$\frac{a}{b} \div c = \frac{a}{bc}$$

Entero entre fracción

$$a \div \frac{b}{c} = \frac{ac}{b}$$

Ejemplos:

$$\frac{1}{4} \div \frac{2}{3} = \frac{1 \times 3}{4 \times 2} = \frac{3}{8}$$

$$\frac{5}{2} \div 3 = \frac{5}{2 \times 3} = \frac{5}{6}$$

$$7 \div \frac{5}{4} = \frac{7 \times 4}{5} = \frac{28}{5}$$

Truco para eliminar y reducir

Si un numerador y un denominador se repiten, éstos pueden cancelarse →

$$\frac{\cancel{3}}{5} \times \frac{2}{\cancel{3}} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{2}{\cancel{7}} \times \frac{\cancel{7}}{9} = \frac{2}{9}$$

EJEMPLO

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{7} = \frac{1 \cdot 5}{3 \cdot 7} = \frac{5}{21}$$

$$\frac{1}{3} : \frac{5}{7} = \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{5} = \frac{1 \cdot 7}{3 \cdot 5} = \frac{7}{15}$$

$$\frac{2}{5} : 3 = \frac{2}{5} : \frac{3}{1} = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2 \cdot 1}{5 \cdot 3} = \frac{2}{15}$$

ACTIVIDADES

21. Realiza las siguientes operaciones:

$$a) \frac{2}{3} \cdot \frac{(-1)}{5} \cdot \frac{7}{2} =$$

$$b) \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5} \right) : \frac{(-3)}{7} =$$

$$c) \left[3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{2}{5} \right) \right] : \left[(-5) : \frac{1}{2} \right] =$$

$$d) \left(\frac{1}{3} : \frac{5}{7} \right) \cdot \left(7 : \frac{1}{2} \right) =$$

EJEMPLO

$$\left(\frac{3}{2} + \frac{1}{5} \right) : \left(3 - \frac{1}{7} + \frac{1}{2} \right)$$

Hay dos bloques, con los que debemos operar por separado:

$$\frac{3}{2} + \frac{1}{5} = \frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 5} + \frac{1 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{15}{10} + \frac{2}{10} = \frac{17}{10}$$

$$3 - \frac{1}{7} + \frac{1}{2} = \frac{3 \cdot 7 \cdot 2}{7 \cdot 2} - \frac{1 \cdot 2}{7 \cdot 2} + \frac{1 \cdot 7}{2 \cdot 7} = \frac{42}{14} - \frac{2}{14} + \frac{7}{14} = \frac{42 - 2 + 7}{14} = \frac{47}{14}$$

Operamos y simplificamos:

$$\left(\frac{3}{2} + \frac{1}{5} \right) : \left(3 - \frac{1}{7} + \frac{1}{2} \right) = \frac{17}{10} : \frac{47}{14} = \frac{17 \cdot 14}{10 \cdot 47} = \frac{238}{470} = \frac{119}{235}$$

ACTIVIDADES

22. Realiza las siguientes operaciones:

$$a) \left(\frac{1}{5} \right)^3 - \left[\left(\frac{1}{5} \right)^{7-4} \right] =$$

$$d) \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{5}{2} \right) + \left(3 - \frac{1}{2} \right) - \left(2 + \frac{1}{5} \right) =$$

$$b) \left(1 + \frac{1}{3} \right) - \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) =$$

$$e) \left(2 - \frac{1}{5} \right) \cdot \left(3 + \frac{1}{2} \right) : \left(4 - \frac{2}{3} \right) =$$

$$c) \frac{3 + \frac{1}{7}}{\frac{1}{2} + \frac{3}{14}} =$$

23. Realiza las siguientes operaciones:

a) $1 + \frac{10}{9} \cdot \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{4} \right)$

b) $1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) : \frac{3}{2}$

c) $\frac{5}{12} \cdot \left[\frac{1}{7} - (-2) \cdot \frac{1}{10} \right]$

d) $\left(\frac{1}{3} - \frac{2}{9} \right) + (-2) \cdot \left[\frac{5}{6} - \left(2 - \frac{5}{7} \right) \right]$

e) $\left(\frac{4}{5} - \frac{2}{3} - \frac{1}{10} \right) : \left(1 - \frac{7}{15} \right)$

f) $\left[\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{3}{7} - 1 \right) \right] : \left[5 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{5} \right) \right]$

PROBLEMAS

Resuelve los siguientes problemas:

24. Un terreno se divide en tres partes. Dos de ellas son $\frac{2}{5}$ y $\frac{1}{3}$ del total. ¿Cuál es la más grande?

25. En el problema anterior, la menor de las partes mide 240 m². ¿Cuál es la superficie total del terreno?

26. Los $\frac{2}{5}$ de los chicos de una clase llevan gafas. En la lista de esa clase hay 36 personas, de las que $\frac{7}{12}$ son chicas. ¿Cuántos chicos llevan gafas?

27. Jorge se ha gastado $\frac{2}{7}$ de la paga en música y $\frac{1}{5}$ en libros. ¿Qué fracción de la paga se ha gastado? ¿Qué fracción le queda?

28. En una frutería se venden, por la mañana, $\frac{3}{5}$ de la fruta que había y, por la tarde, la mitad de lo que quedaba.

a) ¿Qué fracción queda por vender?

b) Si al empezar el día había 750 kg, ¿cuántos kilos se vendieron?

29. De un sueldo de 1 500 €, se gasta en comida la sexta parte, y en el pago de la hipoteca, 350 € más que en comida. ¿Qué fracción del sueldo queda para otros gastos?

30. Al cerrar su puesto del mercadillo, el melonero piensa: "Hoy he vendido bastantes melones. Solo me han quedado once, que son la décima parte de los vendidos". ¿Cuántos melones tenía cuando abrió el puesto?

31. El presupuesto anual de una oficina es de 297.000 €. Los gastos fijos suponen la quinta parte y los $\frac{2}{11}$ del resto se invierten en equipamiento. ¿Cuánto queda para otros gastos?

32. Un club dispone de 1200 entradas para un partido. Asigna $\frac{3}{5}$ partes a su hinchada y $\frac{5}{8}$ del resto a la visitante. ¿Cuántas entradas quedan para venta libre?

33. Un dentista dedica 1 h y $\frac{3}{4}$ a su consulta. Si recibe a 15 pacientes, ¿qué fracción de hora puede dedicar a cada uno? ¿Cuántos minutos son?
34. Reparto entre cuatro: A y B se llevan, respectivamente, $\frac{2}{7}$ y $\frac{13}{21}$ del total. C recibe $\frac{7}{10}$ del resto. Y D, finalmente, 390 €. ¿Cuánto dinero se repartió?
35. Un corredor ciclista abandona la carrera cuando lleva cubiertos los $\frac{2}{3}$ del recorrido. Si hubiera aguantado 10 kilómetros más, habría cubierto las tres cuartas partes. ¿Cuántos kilómetros hicieron los que llegaron a la meta?
36. Seis amigos compran solidariamente un regalo para el séptimo miembro de la pandilla. A la hora de pagar, uno no tiene dinero y, así, cada uno de los demás debe poner 1,50 euros más. ¿Cuánto costaba el regalo?

EJ. FINALES

37. Reduce a una sola fracción

$$a) \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{4} + 2 \right) - \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{5} + 1 \right)$$

$$b) \left(1 + \frac{1}{3} \right) - \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right)$$

$$c) \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{3} \right) - \left[1 - \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2} \right) + \frac{2}{3} - \frac{3}{20} \right]$$

38. Calcula.

$$a) \left(-\frac{3}{4} \right) \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{5}{-6}$$

$$b) \left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{8} \right) : \left(3 + \frac{1}{7} \right)$$

$$c) \frac{\frac{3}{4} - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{8} \right)}{\frac{1}{2} - \frac{3}{14}}$$

$$d) \frac{\frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{5}{3} \right)}{\frac{5}{3} : \frac{7}{6}}$$

39. Calcula:

$$a) -3 \cdot (4 - 2)^{-2} + 10 \cdot (5)^{-1}$$

$$b) \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{1}{5} \right)^{-1} + \left(\frac{3}{2} \right)^{-2} \cdot (2 - 5)$$

$$c) \left(-\frac{3}{5} \right)^{-1} \cdot \left(\frac{5}{2} \right)^{-2} \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^{-3}$$

$$d) \left(\frac{3}{2} - \frac{7}{4} \right)^3 : \left(\frac{9}{8} - \frac{5}{4} \right)^2$$

$$e) \left(\frac{3}{2} - \frac{3}{4} \right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{7}{9} \right)^{-1} + 4$$

$$f) \left(\frac{1}{4} - \frac{7}{12} \right) + \left(\frac{5}{4} - \frac{5}{2} \right) \cdot \left(\frac{1}{4} - 4 \right)^{-1}$$

40. La temperatura de un congelador baja 2°C cada 3 minutos hasta llegar a -18°C . ¿Cuánto tardará en llegar a -12°C si cuando lo encendemos la temperatura es de 16°C ?
41. Con una barrica que contiene 510 litros de vino, ¿cuántas botellas de $3/4$ de litro se pueden llenar? ¿Cuántas de litro y medio?
42. Ana se gasta $2/3$ del dinero en ropa y $1/4$ del total en comida.
- a) ¿Cuál es la fracción gastada?
- b) ¿Qué fracción le queda por gastar?
- c) Si salió de casa con 180 €, ¿qué cantidad no se ha gastado?
43. En cierta parcela se cultivan $4/5$ partes de trigo y el resto, 100 m^2 , de maíz. ¿Cuál es la superficie de la parcela?
44. Con una garrafa de $5/2$ de litro se llenan 25 vasos. ¿Qué fracción de litro entra en un vaso?
45. De una botella de $3/4$ de litro se ha consumido la quinta parte. ¿Qué fracción de litro queda?
46. Un jardinero riega en un día $2/5$ partes del jardín. ¿Cuántos días tardará en regar todo el jardín? ¿Cuánto ganará si cobra 50 € por día?
47. En un puesto de frutas y verduras, los $5/6$ del importe de las ventas de un día corresponden a frutas. De lo recaudado por fruta, los $3/8$ corresponden a las naranjas. Si la venta de naranjas asciende a 89 €, ¿qué caja ha hecho el establecimiento?
48. A Pablo le descuentan al mes, del sueldo bruto, la octava parte de IRPF y la décima parte para la Seguridad Social. Si el sueldo neto es 1302 €, ¿cuál es su sueldo bruto mensual?
49. De una clase, $3/7$ del total de los estudiantes han ido al museo de ciencias y $2/5$ a un concierto.
- a) ¿Adónde han ido más estudiantes?
- b) Si 6 estudiantes no han ido a ninguna actividad, ¿cuántos estudiantes hay en la clase?
50. De un solar se venden los $2/3$ de su superficie y después los $2/3$ de lo que quedaba. El ayuntamiento expropia los 3200 m^2 restantes para un parque público. ¿Cuál era la superficie del solar?
51. Un obrero ha tardado 1 hora y tres cuartos en acuchillar $3/5$ partes de un piso. Si ha empezado a las 10 de la mañana, ¿a qué hora acabará?
52. Un tren tarda 3 horas y cuarto en recorrer $5/9$ de un trayecto de 918 km.
- a) Calcula el tiempo que tarda en realizar el trayecto si sigue a la misma velocidad.

b) ¿Cuál ha sido su velocidad media?

53. Una tela para tapizar encoge, al lavarla, $\frac{3}{20}$ a lo largo y $\frac{7}{25}$ a lo ancho. ¿Cuántos metros se han de comprar de una pieza de 125 cm de ancho para cubrir una superficie de $39,9 \text{ m}^2$?

