

5 OBJETIVO 1

DISTINGUIR E IDENTIFICAR ECUACIONES E IDENTIDADES

IDENTIDADES Y ECUACIONES

- Una **igualdad algebraica** está formada por dos expresiones algebraicas separadas por el signo igual (=).
- Una **identidad** es una igualdad algebraica que se verifica para cualquier valor de las letras.
- Una **ecuación** es una igualdad algebraica que no se cumple para todos los valores de las letras. Resolver una ecuación es encontrar el valor o los valores de las letras para que se cumpla la igualdad.

EJEMPLO

$x + x = 2x$ es una identidad.

Se cumple la igualdad para cualquier valor numérico que tome x :

Para $x = 1 \rightarrow 1 + 1 = 2 \cdot 1 \rightarrow 2 = 2$

Para $x = -2 \rightarrow (-2) + (-2) = 2(-2) \rightarrow -4 = -4$

$x + 4 = 10$ es una ecuación. Solo se cumple cuando $x = 6 \rightarrow 6 + 4 = 10$.

1 Indica si las igualdades son identidades o ecuaciones.

a) $x + 8 = 2x - 15$

d) $x^2 \cdot x^3 = x^5$

b) $2(x + 2y) = 2x + 4y$

e) $2x + 1 = 11$

c) $x + x + x = 3x$

f) $\frac{x}{2} = 12$

2 Indica el valor de x para que se cumpla la igualdad.

ECUACIÓN	PREGUNTA	VALOR DE x
$15 - x = 12$	¿Qué número restado a 15 da 12?	$x =$
$10 + x = 14$		
$11 - x = 10$		
$2 + x = 9$		
$16 - x = 4$		

3 Calcula mentalmente el valor de x para que se cumpla la igualdad.

a) $x - 1 = 2$

d) $-x + 10 = 5$

b) $x + 7 = 15$

e) $x + 4 = 12$

c) $x - 3 = 6$

f) $-x - 6 = -10$

ECUACIONES EQUIVALENTES

Dos o más **ecuaciones** son **equivalentes** cuando tienen las mismas soluciones.

$x + 4 = 10$ y $2x = 12$ son ecuaciones equivalentes, ya que ambas tienen como solución $x = 6$.

$$6 + 4 = 10 \quad 2 \cdot 6 = 12$$

- 4 Para cada una de estas ecuaciones, escribe una ecuación equivalente y halla su solución.

ECUACIÓN	ECUACIÓN EQUIVALENTE	SOLUCIÓN
$7 + x = 13$		
$x + 2 = 9$		
$2x = 14$		
$x - 4 = 4$		
$11 = 9 + x$		

- 5 La ecuación $3x + 4 = 10$ tiene como solución $x = 2$. Averigua cuáles de las ecuaciones son equivalentes a la ecuación $3x + 4 = 10$.

a) $3x + 10 = 20$

e) $\frac{2}{7}x + 2x - 5 = 6x$

b) $\frac{3}{2}x - 8 = -5$

f) $2x + 8 - \frac{1}{2}x = x + 9$

c) $4x + 12 - x = 21$

g) $12x - 3x + 10 = 5x + 18$

d) $\frac{4}{9}x + 12x - 8 = 18$

h) $\frac{1}{2}x + 3x = \frac{3}{2}x + 4$

- 6 Tantea y halla la solución de las siguientes ecuaciones.

a) $x - 2 = 2$

e) $x - 4 = 1$

i) $2x - 1 = 3$

b) $4 + x = -2$

f) $-1 + x = -3$

j) $3x = -15$

c) $x - 1 = -5$

g) $-2 - x = -4$

k) $-2x - 4 = 10$

d) $\frac{x}{2} = 4$

h) $\frac{x}{18} = -6$

l) $\frac{2x}{5} = 2$

5 RESOLVER ECUACIONES DE PRIMER GRADO

OBJETIVO 2

Resolver una ecuación es hallar el valor de la incógnita que cumple la ecuación.

Para resolver una ecuación de primer grado, **transponemos términos**, lo que consiste en pasar a un miembro (normalmente, al izquierdo) todos los términos con x , y al otro miembro (el derecho), todos los números o términos independientes (términos sin x).

Se deberán tener en cuenta las siguientes reglas.

- **Regla de la suma:** un término que está **sumando** en un miembro de la ecuación pasa al otro miembro **restando**, y si está **restando** pasa **sumando**.
- **Regla del producto:** un término que está **multiplicando** en un miembro de la ecuación pasa al otro miembro **dividiendo**, y si está **dividiendo** pasa **multiplicando**.

EJEMPLO

Resuelve esta ecuación de primer grado por transposición: $5x - 3 = 3x + 11$

- Sumamos 3 en los dos miembros:

$$5x - 3 + 3 = 3x + 11 + 3 \rightarrow 5x = 3x + 14$$

- Para eliminar el término con x del segundo miembro, restamos $3x$ en ambos miembros:

$$5x - 3x = 3x + 14 - 3x \rightarrow 2x = 14$$

- Para despejar la incógnita x , dividimos ambos miembros de la ecuación entre 2:

$$\frac{2x}{2} = \frac{14}{2} \rightarrow x = 7$$

ACTIVIDADES

1 Resuelve por transposición las siguientes ecuaciones de primer grado.

a) $7x - 1 = 9 - 3x$

d) $75 - 37x + 25 - 12x = 318 + x - 10 + 2x$

b) $5 - 3x = 1 - x + 9 - 3x$

e) $4x - 18 + x - 7 = 25 - 5x$

c) $x - 10 = 3x - 7 + 8x - 13$

f) $5x - 30 + 35 - 10x = 45x - 20 + 65 - 10x$

5

 OBJETIVO 2
RESOLVER ECUACIONES DE PRIMER GRADO**TRANSPOSICIÓN DE TÉRMINOS**

- Si a los dos miembros de una ecuación se les **suma o resta un mismo número** o expresión algebraica, se obtiene otra ecuación equivalente a la dada.
- Si a los dos miembros de una ecuación se les **multiplica o divide por un mismo número distinto de cero**, se obtiene otra ecuación equivalente a la dada.

EJEMPLO**Resuelve la ecuación $x - 4 = 10$.**

Sumamos 4 en ambos miembros $\longrightarrow x - 4 + 4 = 10 + 4$
 $x = 14$

Resuelve la ecuación $x + 2x = 4 + 2x + 5$.

Restamos $2x$ en ambos miembros $\longrightarrow x + 2x - 2x = 4 + 2x - 2x + 5$
 $x = 4 + 5$
 $x = 9$

Resuelve la ecuación $3x = 12$.

Dividimos ambos miembros entre 3 $\longrightarrow \frac{3x}{3} = \frac{12}{3} \rightarrow x = 4$

Resuelve la ecuación $\frac{5x}{4} = 10$.

Multiplicamos por 4 ambos miembros $\longrightarrow \frac{5x}{4} \cdot 4 = 10 \cdot 4 \rightarrow 5x = 40$

Dividimos ambos miembros entre 5 $\longrightarrow \frac{5x}{5} = \frac{40}{5} \rightarrow x = 8$

1 Resuelve las siguientes ecuaciones, aplicando la transposición de términos.

a) $3x = 15$

d) $2x + 6 = 20 + 6 + x$

b) $x + 6 = 14$

e) $2x + 4 = 16$

c) $-10 = -x + 3$

f) $-4x - 4 = -20 - x$

2 Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $2x - 5 = 3$

d) $-x - 4 = 10$

b) $x = -15 - 4x$

e) $2x + 7 = x + 14$

c) $x - 10 = 2x - 4$

f) $3x + 8 = 12 - x$

MÉTODO GENERAL DE RESOLUCIÓN DE ECUACIONES

Resuelve la ecuación $2(x - 4) - (6 + x) = 3x - 4$.

Para resolver una ecuación es conveniente seguir estos pasos.

1.º Eliminar paréntesis.

$$2x - 8 - 6 - x = 3x - 4$$

2.º Reducir términos semejantes.

$$x - 14 = 3x - 4$$

3.º Transponer términos.

Restamos x en ambos miembros.

$$x - x - 14 = 3x - x - 4$$

$$-14 = 2x - 4$$

Sumamos 4 en ambos miembros.

$$-14 + 4 = 2x - 4 + 4$$

$$-10 = 2x$$

4.º Despejar la incógnita.

Dividimos ambos miembros entre 2.

$$\frac{-10}{2} = \frac{2x}{2} \rightarrow -5 = x$$

3 Resuelve estas ecuaciones.

a) $4 - x = 2x + 3x - 5x$

d) $3x + 8 - 5(x + 1) = 2(x + 6) - 7x$

b) $-10 - x + 3x = 2x + 4x + 2$

e) $5(x - 1) - 6x = 3x - 9$

c) $2x - 9 = 3x - 17$

f) $3(3x + 1) - (x - 1) = 6(x + 10)$

4 Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $2(x - 5) = 3(x + 1) - 3$

d) $3(x + 2) + 4(2x + 1) = 11x - 2(x + 6)$

b) $4(x - 2) + 1 = 5(x + 1) - 3x$

e) $5(x - 4) + 30 = 4(x + 6)$

c) $3(x - 3) = 5(x - 1) - 6x$

f) $5(2 - x) + 3(x + 6) = 10 - 4(6 + 2x)$

5 EC. CON PARÉNTESIS Y DENOMINADORES

OBJETIVO 3

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES CON DENOMINADORES

Resuelve la ecuación $\frac{2x - 1}{3} = \frac{x - 3}{2} + \frac{3x - 7}{4}$.

Para resolver una ecuación con denominadores es conveniente seguir estos pasos.

1.º Eliminar denominadores.

$$\text{m.c.m. } (3, 2, 4) = 3 \cdot 2^2 = 12$$

$$12 \cdot \frac{2x - 1}{3} = 12 \cdot \frac{x - 3}{2} + 12 \cdot \frac{3x - 7}{4}$$

$$4(2x - 1) = 6(x - 3) + 3(3x - 7)$$

2.º Eliminar paréntesis.

$$8x - 4 = 6x - 18 + 9x - 21$$

3.º Reducir términos semejantes.

$$8x - 4 = 15x - 39$$

4.º Transponer términos.

Restamos $8x$ en ambos miembros.

$$8x - 4 - 8x = 15x - 39 - 8x$$

$$-4 = 7x - 39$$

Sumamos 39 en ambos miembros.

$$-4 + 39 = 7x - 39 + 39$$

$$35 = 7x$$

5.º Despejar la incógnita.

Dividimos ambos miembros entre 7 .

$$\frac{35}{7} = \frac{7x}{7} \rightarrow x = 5$$

5 Halla la solución de estas ecuaciones.

a)
$$\frac{x-1}{4} - \frac{12-2x}{5} = \frac{x-2}{5}$$

f)
$$\frac{x-2}{2} + \frac{x-3}{3} + \frac{x-4}{4} = 10$$

b)
$$\frac{3x-7}{12} - \frac{2x-3}{6} = \frac{x-1}{8}$$

g)
$$\frac{x-4}{5} + \frac{x+3}{6} - \frac{x-6}{3} = 1 + \frac{x-7}{2}$$

c)
$$\frac{x+4}{3} - \frac{x-4}{5} = 2 + \frac{3x-1}{15}$$

h)
$$2\left(\frac{x}{3} + 5\right) = \frac{2x}{4} + 4$$

d)
$$5 - \frac{x-2}{4} = 4 + \frac{x-3}{2}$$

i)
$$\frac{x-3}{6} = 2 - \frac{5(x+3)}{12}$$

e)
$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{6} = 30$$

j)
$$\frac{3(x+5)}{4} + \frac{-7(x+3)}{10} = 4$$

5 EC. CON PARÉNTESIS

OBJETIVO 3

ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON PARÉNTESIS

Para resolver una ecuación de primer grado que contiene paréntesis, en primer lugar hay que quitarlos, poniendo atención en los cambios de signo cuando haya un signo negativo delante del paréntesis.

EJEMPLO

Resuelve la siguiente ecuación de primer grado: $(2 + x) - 5(x - 1) = 3(x + 1) + (x - 4)$

- Quitamos los paréntesis: $2 + x - 5x + 5 = 3x + 3 + x - 4$
- Reducimos términos semejantes: $-4x + 7 = 4x - 1$
- Transponemos términos: $-4x - 4x = -1 - 7 \rightarrow -8x = -8$
- Despejamos la x : $x = \frac{-8}{-8} = 1$
- Comprobamos la solución:
 $(2 + x) - 5(x - 1) = 3(x + 1) + (x - 4)$
 $(2 + 1) - 5(1 - 1) = 3(1 + 1) + (1 - 4)$
 $3 - 0 = 3 \cdot 2 - 3 \rightarrow 3 = 6 - 3 = 3 \rightarrow 3 = 3$

La solución es correcta, porque el resultado final de las operaciones es el mismo número en ambos miembros de la ecuación.

ACTIVIDADES

1 Resuelve las ecuaciones de primer grado, comprobando la solución.

a) $(3 - x) + 2(x - 1) = (x - 5) + 2x$

d) $7x - (5 - x) = 4 - (x + 3)$

b) $(7 - 6x) - 5(x + 2) = 3(x + 2) - 2x$

e) $2(x - 5) - 3(1 - x) = 17$

c) $2(5 - x) = 19 - 3(x + 5)$

f) $6(12x - 81) = 80x + 2$

5 EC. CON PARÉNTESIS Y DENOMINADORES

OBJETIVO 3

ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON DENOMINADORES

Para eliminar los denominadores, hay que calcular su mínimo común múltiplo (m.c.m.) y multiplicar los dos miembros de la ecuación por dicho valor.

EJEMPLO

Resuelve la siguiente ecuación de primer grado: $\frac{x-5}{3} - 2 = \frac{x+1}{2} + 1$

- Calculamos el m.c.m. $(2, 3) = 6$

- Multiplicamos los dos miembros de la ecuación por 6:

$$\frac{6(x-5)}{3} - 6 \cdot 2 = \frac{6(x+1)}{2} + 6 \cdot 1 \qquad 2(x-5) - 12 = 3(x+1) + 6$$

- Quitamos los paréntesis: $2x - 10 - 12 = 3x + 3 + 6$
- Reducimos términos semejantes: $2x - 22 = 3x + 9$
- Transponemos términos: $2x - 3x = 9 + 22 \rightarrow -x = 31 \rightarrow x = -31$

- Comprobamos la solución: $\frac{x-5}{3} - 2 = \frac{x+1}{2} + 1 \rightarrow \frac{-31-5}{3} - 2 = \frac{-31+1}{2} + 1$

$$\frac{-36}{3} - 2 = \frac{-30}{2} + 1 \rightarrow -12 - 2 = -15 + 1 \rightarrow -14 = -14$$

2 Resuelve las siguientes ecuaciones, comprobando las soluciones.

a) $\frac{3x-1}{5} = \frac{2x+1}{3}$

b) $\frac{x-1}{5} + \frac{x+2}{3} = \frac{x}{2} - \frac{x+4}{30}$

c) $\frac{x}{3} + 1 = \frac{x+2}{5} - \frac{x-3}{2} + \frac{2x}{6}$

5

EC. CON PARÉNTESIS Y DENOMINADORES

OBJETIVO 3

3 Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado con paréntesis y denominadores, y comprueba el resultado.

a) $2\left(x - \frac{1}{2}\right) + 3\left(x - \frac{3}{2}\right) = 2\left(x + \frac{1}{2}\right) - \left(x - \frac{3}{2}\right)$

b) $\left(x + \frac{1}{5}\right) - \left(2x - \frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{5}\left(\frac{7}{2}x + 1\right)$

c) $\frac{2x+1}{3} - \frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{2}\right) = \frac{x-1}{6} - \frac{x}{4}$

d) $\frac{3x-1}{2} + 2\left(1 - \frac{x}{2}\right) = 3\left(\frac{x-2}{5}\right) + 3$

5 RESOLVER PROBLEMAS MEDIANTE ECUACIONES

OBJETIVO 4

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Para resolver un problema utilizando ecuaciones es conveniente seguir estos pasos.

- 1.º Lectura y comprensión del enunciado.** Es necesario distinguir los datos conocidos y el dato desconocido, es decir, la incógnita.
- 2.º Planteamiento de la ecuación.** Hay que expresar las condiciones del enunciado en forma de ecuación: la correspondencia entre los datos y la incógnita.
- 3.º Resolución de la ecuación.** Se obtiene el valor de la incógnita resolviendo la ecuación.
- 4.º Comprobación e interpretación del resultado.** Se debe comprobar si el resultado verifica el enunciado e interpretar la solución en el contexto del problema.

EJEMPLO

Ana tiene 2 € más que Berta, Berta tiene 2 € más que Eva y Eva tiene 2 € más que Luisa. Entre las cuatro amigas tienen 48 €. Calcula la cantidad de dinero que tiene cada una.

1.º Lectura y comprensión del enunciado.

Tomamos como dato desconocido el dinero que tiene Luisa.

2.º Planteamiento de la ecuación.

Dinero de Luisa $\rightarrow x$

Las restantes cantidades de dinero las escribimos en función de x :

Dinero de Eva $\rightarrow 2$ € más que Luisa $\rightarrow x + 2$

Dinero de Berta $\rightarrow 2$ € más que Eva $\rightarrow (x + 2) + 2 = x + 4$

Dinero de Ana $\rightarrow 2$ € más que Berta $\rightarrow (x + 4) + 2 = x + 6$

Escribimos la condición de que la suma de las cantidades es 48 €.

$$x + (x + 2) + (x + 4) + (x + 6) = 48$$

3.º Resolución de la ecuación.

$$x + (x + 2) + (x + 4) + (x + 6) = 48 \rightarrow 4x + 12 = 48 \rightarrow 4x = 48 - 12 \rightarrow$$

$$\rightarrow 4x = 36 \rightarrow x = \frac{36}{4} = 9 \rightarrow \text{Luisa tiene } 9 \text{ €}.$$

Eva tiene: $9 + 2 = 11$ €.

Berta tiene: $9 + 4 = 13$ €.

Ana tiene: $9 + 6 = 15$ €.

4.º Comprobación e interpretación del resultado.

Las cantidades que tienen las amigas: 9, 11, 13 y 15 € cumplen las condiciones del enunciado.

$$9 + 11 + 13 + 15 = 48$$

1 La suma de tres números consecutivos es 30. Hállalos.

2 La suma de un número, su doble y su triple es 66. ¿Cuál es el número?