ACADEMIA La llibreta
www.academialallibreta.es
Gran vía Fernando el Católico 23
46008 Valencia

Bienvenidxs a la SESIÓN 1

ÍNDICE

Sesión 1: Operaciones básicas y números

La llibreta
Aprendiendo a aprender

ACADEMIA La llibreta
www.academialallibreta.es
Gran vía Fernando el Católico 23
46008 Valencia

1. NÚMEROS REALES

VALOR ABSOLUTO

El valor absoluto de un número es simplemente qué tan lejos está ese número del 0 en una línea numérica. No importa si el número es positivo o negativo, solo nos importa la distancia.
Piensa en una regla o en una cinta métrica. Cuando mides algo, no importa si vas hacia la derecha o hacia la izquierda, solo importa cuánto te alejas del punto de inicio.

EJEMPLOS:

Valor Absoluto de un Número Positivo:

Si tienes el número 5, ¿a qué distancia está del 0? Está a 5 unidades. Así que, el valor absoluto de 5 es 5.

$$|5| = 5$$

Valor Absoluto de un Número Negativo:

Si tienes el número -5, ¿a qué distancia está del 0? También está a 5 unidades, pero en la dirección opuesta. Así que, el valor absoluto de -5 también es 5.

$$|-5| = 5$$

FÍJATE BIEN

El símbolo del valor absoluto son **dos barras verticales**. ¡No lo confundas con el módulo!

$$|-a| = |a|$$

Si un número va entre las barras verticales | | significa que es negativo, pero lo trabajamos en positivo.

REPRESENTACIÓN EN LA RECTA NUMÉRICA

A la izquierda del 0 se representan los números **negativos**

A la derecha del 0 se representan los números **positivos**

FÍJATE BIEN

- El **-2** es **mayor** que el **-4.**

En la franja de valores negativos, los números son mayores cuanto más cerca del cero se encuentren.

- El **2** es **menor** que el **4.**

En la franja de valores positivos, los números son mayores cuanto más lejos del cero se encuentren.

NOTACIÓN CIENTÍFICA

La notación científica es una manera de escribir números muy grandes o muy pequeños utilizando potencias de 10. Esto nos ayuda a simplificar la escritura y a trabajar con estos números más fácilmente.

PASOS A SEGUIR:

PASO 1: Desplaza la coma decimal hasta que quede colocada después del primer dígito distinto de cero.

2,30000

PASO 2: Cuenta las posiciones que has movido la coma decimal: Esto te dará el exponente que le pondremos a la base de 10.

- Si has movido la coma hacia la **izquierda**, el exponente será **positivo**.
- Si has movido la coma hacia la **derecha**, el exponente será **negativo**.

$$2,3 \cdot 10^5$$

El 5 indica que la coma se ha desplazado cinco posiciones. Es **positivo** porque nos hemos desplazado hacia la **izquierda**.

La coma se pone detrás del primer número distinto de cero

La base siempre es 10.

ACADEMIA La llibreta
www.academialallibreta.es
Gran vía Fernando el Católico 23
46008 Valencia

Práctica

1. Representa y ordena estos números enteros: -4, -5, 4, 5, -2, 2, -7 y 7.

2. Indica el signo **<** (menor que) o **>** (mayor que), según corresponda en cada caso.

a) -5 -7	c) 5 7	e) -3 0
b) 0 9	d) -5 -1	f) 4 1

3. Opera y halla el valor absoluto de los números enteros.

a) |3 - 5| =
b) |3 - 7+ 2 - 5| =
c) |(-1)·(45)| =
d) |(2 - 3)·(7 – 5)| =
e) |(-4) : (7 - 8)| =

4. Escribe en forma de notación científica estos números decimales:

a) 990,85 =	g) 37,986 =	m) 0,00000061 =
b) 340 =	h) 4,4 =	n) 0,000101 =
c) 655,1 =	i) 3,45 =	o) 0,093 =
d) 567.765,22 =	j) 0,0567 =	p) 0,0007 =
e) 15,35 =	k) 0,000045 =	q) 0,367 =
f) 340,05 =	l) 0,0073 =	r) 0,4765 =

5. Escribe, con todas sus cifras, estos números escritos en notación científica.

a) $2{,}51 \cdot 10^{6}$=	d) $1{,}15 \cdot 10^{4}$ =
b) $9{,}32 \cdot 10^{-8}$=	e) $3{,}76 \cdot 10^{12}$ =
c) $1{,}01 \cdot 10^{-3}$=	f) $5{,}164 \cdot 10^{-2}$ =

6. Realiza las siguientes operaciones y expresa el resultado en notación científica:

a) $(3.2 \times 10^{3}) \times (2 \times 10^{2})$ =
b) $(5 \times 10^{-4}) \div (2.5 \times 10^{-2})$ =

2.1. OPERACIONES CON NÚMEROS ENTEROS Y COMBINADAS

IMPORTANTE Recuerda el concepto de **Múltiplo**

Un número es múltiplo de otro cuando al dividirlos se obtiene un valor entero (sin decimal) y el resto es igual a cero.
NOTA: La palabra múltiplo es sinónima de **Divisible**.

$$\begin{array}{r|l} 4 & 2 \\ \hline 0 & 2 \end{array}$$

El 4 es múltiplo de 2

Resto = 0

Resultado= Valor entero

DIVISORES

- El 0 es múltiplo de todos los números.
- Todo número natural, salvo el 1, tiene, al menos, dos divisores: él mismo y 1.
- El 1 solamente tiene un divisor, por lo que no es ni primo ni compuesto.

CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

- 2 → Un número es divisible entre 2 si termina en 0 o en una cifra par.
- 3 → Un número es divisible entre 3 si la suma de sus cifras es múltiplo de 3.
- 5 → Un número es divisible entre 5 si termina en 0 o en 5.

ACADEMIA La llibreta
www.academialallibreta.es
Gran vía Fernando el Católico 23
46008 Valencia

LEY DE SIGNOS EN SUMAS Y RESTAS

$(+) + (+)$ -----> Se suma y se pone el signo +

$(-) + (-)$ -----> Se suma y se pone el signo -

$(+) + (-)$ -----> Se suma y se pone el signo del número más grande.

$(\pm) - (\pm)$ -----> En una resta, el signo menos cambia el signo del número que tiene detrás.

EJEMPLOS:

a) $(5) + (4) = 9$

b) $(-2) + (-8) = -10$

c) $(1) + (-6) = -5$

d) $(1) - (-6) = 1 + 6 = 7$

PRODUCTO DE NÚMEROS

La multiplicación de dos o más números se puede realizar de distintas maneras sin que el resultado varíe. Son las propiedades conmutativa y distributiva.

---> **Conmutativa**: No importa el orden de la operación.

$$2 \cdot 3 = 3 \cdot 2$$

---> **Distributiva**: El producto de una suma (o diferencia) es igual a la suma (o diferencia) de las multiplicaciones de dicho número por cada uno de los sumandos.

$$6 \cdot (5-2) = 6(5) - 6(2)$$

Recuerda que hay varias formas de escribir una multiplicación: $3 \times 6 = 3(6) = 3 \cdot 6$

ACADEMIA La llibreta
www.academialallibreta.es
Gran vía Fernando el Católico 23
46008 Valencia

DIVISIÓN DE NÚMEROS

Dividir es repartir una cantidad en partes iguales.
Los términos de la división se llaman dividendo, divisor, cociente y resto.

- ---> **Dividendo**: cantidad que se reparte (**D**).
- ---> **Divisor**: número de partes que se hacen (**d**).
- ---> **Cociente**: cantidad que corresponde a cada parte (**c**).
- ---> **Resto**: cantidad que queda sin repartir (**r**).

$$\begin{array}{r|l} D & d \\ \hline r & c \end{array} \longleftrightarrow \begin{array}{r|l} 4 & 2 \\ \hline 0 & 2 \end{array}$$

FÍJATE BIEN

En toda división se cumple que:
Dividendo = divisor · cociente + resto

La división puede ser:

- ---> **Exacta**. Su resto es cero: **r = 0**. No sobra ninguna cantidad. En este caso decimos que el dividendo y el divisor son múltiplos o divisibles.
- ---> **Inexacta**. Su resto no es cero: **r ≠ 0** y **r < d**. Se denomina división entera.

EJEMPLO

Exacta

$$\begin{array}{r|l} 288 & 24 \\ \hline 48 & 12 \\ 0 & \end{array}$$

$$288 = 24 \cdot 12$$
$$r = 0$$

Inexacta

$$\begin{array}{r|l} 96 & 25 \\ \hline 21 & 3 \end{array}$$

$$96 = 25 \cdot 3 + 21$$
$$r = 21 \quad \text{y} \quad 21 < 25$$

LEY DE SIGNOS PRODUCTO Y DIVISIÓN

$$(+) \times (+) = +$$
$$(-) \times (-) = +$$

Si multiplicamos o dividimos dos números del mismo signo, ya sean los dos positivos o los dos negativos, el resultado será positivo.

$$(+) : (-) = -$$
$$(-) : (+) = -$$

Si multiplicamos o dividimos dos números de distinto signo, es decir, uno positivo y otro negativo (o viceversa), el resultado será negativo.

EJEMPLOS:

a) $(5) \times (4) = 20$

b) $(-2) \times (-8) = 16$

c) $(1) \times (-6) = -6$

d) $(-3) \times (6) = -18$

ORDEN DE JERARQUÍA

Mayor prioridad

Corchetes y paréntesis [ ] ( )

Potencias y raíces $a^{\frac{1}{x}} = \sqrt[x]{a}$

Multiplicación y divisiones $\times \div$

Sumas y restas + -

Menor prioridad

Si encontramos operaciones dentro del mismo nivel (por ejemplo, una multiplicación y una división) debemos resolverlas de izquierda a derecha.

EJEMPLO

Observa cómo se resuelve la operación combinada **2 + 3·5 - (3·3-1) : 2**

1.° Efectúa las operaciones entre paréntesis, respetando la prioridad:

$$2 + 3\cdot5 - (9-1) : 2 = 2 + 3\cdot5 - 8 : 2$$

2.° Haz las multiplicaciones y las divisiones, de izquierda a derecha:

$$2 + 15 - 4$$

3.° Por último, efectúa las sumas y restas, de izquierda a derecha:

$$17-4 = 13$$

La operación por pasos queda así:

$2 + 3 \cdot 5 - (3 \cdot 3 - 1) : 2 = 2 + 3 \cdot 5 - (9 - 1) : 2 = 2 + 3\cdot5 - 8:2 = 2 + 15 - 4 =$
$17 - 4 =$ **13**

ACADEMIA La llibreta
www.academialallibreta.es
Gran vía Fernando el Católico 23
46008 Valencia

Práctica

1. Calcula.

   a) 5 - 7 + 19 - 20 + 4 - 3 + 10 =
   b) -(8 + 9 - 11) =
   c) 9 - 11 + 13 + 2 - 4 - 5 + 9 =
   d) -(20 + 17) - 16 + 7 - 15 + 3 =

2. Calcula el resultado de las siguientes operaciones combinadas.

   a) 8 - (4 - 7) =
   b) -4 - (5 - 7) − (4 + 5) =
   c) - (-1 - 2 - 3) - (5 - 5 + 4 + 6 + 8) =
   d) (-1 + 2 - 9) - (5 - 5) - 4 + 5 =
   e) (-1 - 9) - (5 - 4 + 6 + 8) - (8 - 7) =
   f) -4 - (4 + 5) - (8 - 9) + 1 + 6 =

3. Calcula las siguientes operaciones, aplicando la regla de los signos.

   a) (+12)(-3)=
   b) (-20) : (-10)=
   c) (+6)(-6) =
   d) (+80) : (-8)=
   e) (-9) : (-3)=
   f) (-100) : (+25) =
   g) (-1)(-18)=
   h) (-77) : (-11) =
   i) (+10)(+4) =
   j) (-9)(+8)=
   k) (+35) : (+5) =
   l) (-12)(+5) =

4. Calcula las siguientes operaciones combinadas:

   a) 8×[6+(3×4−2)]−12÷4+58×[6+(3×4−2)]−12÷4+5 =

   b) [10+2×(8−3)]÷2+6×3−7[10+2×(8−3)]÷2+6×3−7 =

   c) 15−[7+3×(6−2÷2)]+915−[7+3×(6−2÷2)]+9 =

   d) 5×[4+(9÷3+2)]−3×6+85×[4+(9÷3+2)]−3×6+8 =

2.2. OPERACIONES CON FRACCIONES

PARTES DE UNA FRACCIÓN

- Si dividimos el numerador entre el denominador, su resultado será un **decimal menor de 1**.
- Llamamos **Tanto por uno** al valor decimal.

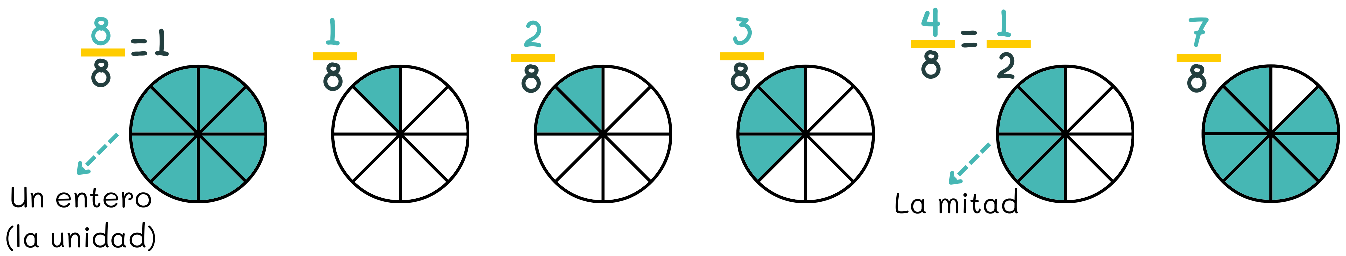
$$\frac{a}{b}$$

a → Numerador (porciones que se toman)

b → Denominador (partes totales)

FÍJATE BIEN

¿Cómo podemos representar una fracción?



PASAR DE FRACCIÓN A DECIMAL

Para pasar de la expresión fraccionaria a la expresión decimal dividimos el numerador entre el denominador.

$$\frac{8}{5} \dashrightarrow 8:5 = 1,6$$

Si detrás de la coma se repiten ilimitadamente uno o más números, decimos que es **periódico** y ponemos el símbolo de un arco encima del número que se repite.

$$0,\overset{\frown}{36}$$

Esto representa el número decimal 0.363636..., donde "36" se repite indefinidamente.

FRACCIONES EQUIVALENTES

Dos fracciones son **equivalentes** si representan la misma cantidad.
Para comprobarlo se mirará si sus productos cruzados son iguales:

$\frac{a}{b}$ es equivalente de $\frac{c}{d}$ si se cumple que $a \cdot d = b \cdot c$

SUMA Y RESTA DE FRACCIONES (con mismo denominador)

Se suman o restan los numeradores, y el denominador se deja igual:

$$\frac{8}{5} + \frac{4}{5} = \frac{8+4}{5} = \frac{12}{5}$$

$$\frac{7}{3} - \frac{2}{3} = \frac{7-2}{3} = \frac{5}{3}$$

PRODUCTO Y DIVISIÓN DE FRACCIONES

$$\frac{8}{5} \cdot \frac{4}{2} = \frac{8\cdot 4}{5\cdot 2} = \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$$

Se **multiplica en línea**: numerador · numerador, y, denominador · denominador

$$\frac{7}{3} : \frac{2}{4} = \frac{7\cdot 4}{3\cdot 2} = \frac{28}{6} = \frac{14}{3}$$

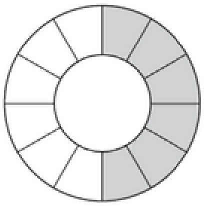
Se **multiplica en cruz**: numerador1 · denominador2, y, denominador1 · numerador2

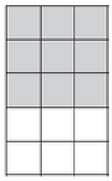
FÍJATE BIEN Observa el movimiento de la operación:

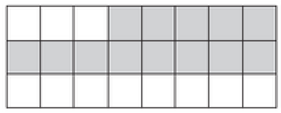
$$\frac{7}{3} : \frac{2}{4} \quad \frac{7\cdot 4}{3\cdot 2}$$

Práctica

1. Escribe la fracción que representa la parte sombreada de los gráficos.

a) 

b) 

c) 

2. Halla la expresión decimal de las siguientes fracciones.

a) $\frac{4}{5}$

c) $\frac{3}{15}$

e) $\frac{9}{4}$

b) $\frac{10}{20}$

d) $\frac{5}{10}$

f) $\frac{15}{20}$

3. En una excursión de senderismo los alumnos de una clase han realizado los 2/3 de la marcha programada, que es de 6.000 metros de longitud. ¿Qué distancia han recorrido?

4. Haz estas operaciones.

$a)\ \left(\frac{4}{9}+\frac{2}{9}\right)+\frac{1}{9}=$

$b)\ \frac{17}{9}-\left(\frac{12}{9}-\frac{10}{9}\right)=$

$c)\ \left(\frac{15}{10}-\frac{6}{10}\right)-\frac{5}{10}=$

$d)\ \frac{5}{8}+\left(\frac{7}{8}-\frac{4}{8}\right)=$

2.3. OPERACIONES CON PORCENTAJES

RAZÓN

Una razón es la **relación** o **comparación** entre **dos** magnitudes a y b que se establece mediante el **cociente**.
Se expresa como una fracción.

$$\frac{a}{b}$$

a → Numerador (antecedente)
b → Denominador (consecuente)

DIFERENCIAS ENTRE RAZÓN Y FRACCIÓN

Una **fracción** está siempre compuesta por números enteros; en una **razón**, esto no tiene por qué ser así.

Además, <u>la razón compara dos magnitudes</u> y <u>la fracción expresa una división</u> (una parte de un todo) de una única magnitud.

PROPORCIÓN

La igualdad de dos razones se llama proporción; es decir, cuando dos razones representan lo mismo, decimos que forman una proporción.
Si las dos divisiones dan el mismo valor **k**, decimos que las dos fracciones son proporcionales.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$$

k: Constante de proporcionalidad

PORCENTAJES

Un porcentaje o tanto por ciento indica una determinada cantidad sobre 100 unidades. Se representa con el símbolo **%**.
Un porcentaje se puede expresar mediante **un decimal o una fracción**; así, para calcular el porcentaje de una cantidad, hay que multiplicar por el decimal que representa el porcentaje.

Porcentaje (%)		Fracción		Decimal (Tanto por 1)
3%	↔	$\frac{3}{100}$	↔	0,03

$\cdot 100$

$: 100$

La llibreta
Aprendiendo a aprender

ACADEMIA La llibreta
www.academialallibreta.es
Gran vía Fernando el Católico 23
46008 Valencia

FÍJATE BIEN La regla de tres tradicional ya no está permitida. Ahora debemos resolver por factores de conversión.

Fíjate en que **la operación es la misma**, solo **cambia la simbología** matemática:

REGLA DE TRES

%	€
30 --->	200
100 --->	x

$$x = \frac{100 \cdot 200}{30}$$

FACTORES DE CONVERSIÓN

%	€

$$\frac{30}{100} = \frac{200}{x} \quad x = \frac{100 \cdot 200}{30}$$

DISMINUCIÓN PORCENTUAL (DESCUENTO)

- Partimos del siguiente **ejemplo**: **Una consola cuesta 160€. Si se le aplica un descuento del 15%, ¿cuánto costará tras la rebaja?**

MÉTODO 1

Calculamos el porcentaje de la cantidad que nos dan

de = multiplicar

transformamos en tanto por cien

$$15\% \text{ de } 160 = \frac{15}{100} \cdot 160 = 24€$$

A la cantidad le **restamos** el resultado obtenido:

$160 - 24 = 136€$ ------> Después del descuento pagamos 136€

MÉTODO 2

Le restamos al 100% el descuento que queremos aplicar: $100 - 15 = 85\%$

Calculamos el porcentaje obtenido por la cantidad inicial:

$$85\% \text{ de } 160 = \frac{85}{100} \cdot 160 = 136€$$

0,85

También se puede resolver por conversión de factores (regla de tres antigua)

ACADEMIA La llibreta
www.academialallibreta.es
Gran vía Fernando el Católico 23
46008 Valencia

AUMENTO PORCENTUAL (IVA)

- Partimos del siguiente **ejemplo**: **Una consola cuesta 160€. Si se le aplica un aumento del 15% por impuestos, ¿cuánto pagará ahora?**

MÉTODO 1

Calculamos el porcentaje de la cantidad que nos dan

de = multiplicar

transformamos en tanto por cien

$$15\% \text{ de } 160 = \frac{15}{100} \cdot 160 = 24€$$

A la cantidad le **sumamos** el resultado obtenido:

$$160 + 24 = 184€$$

Después del impuesto pagamos 184€

MÉTODO 2

Le sumamos al 100% el impuesto que queremos añadir: $100 + 15 = 115\ \%$

Calculamos el porcentaje obtenido por la cantidad inicial:

$$115\% \text{ de } 160 = \frac{115}{100} \cdot 160 = 184€$$

1,15

!! También se puede resolver por conversión de factores (regla de tres antigua)

CASOS ESPECIALES 1

- ¿Y si **sabemos el precio final** después del descuento o aumento y queremos calcular el precio inicial?

Partimos del siguiente ejemplo: Pagamos 24€ por una camiseta que está al 20% de descuento en rebajas. ¿Cuánto costaba antes de las rebajas?

Precio inicial		Precio final
¿?	$\xrightarrow{-20\%}$	24€

Le restamos al 100% el descuento aplicado: $100 - 20 = 80\ \%$

El precio final corresponde al 80% del precio inicial

ACADEMIA La llibreta
www.academialallibreta.es
Gran vía Fernando el Católico 23
46008 Valencia

Operamos con factores de conversión (regla de tres antigua)

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{24€}{x} = \dfrac{80\%}{100\%}\end{array}\right\} \; x = \dfrac{24 \cdot 100}{80} = 30€$$

¡No te olvides de las unidades!

Fíjate que el tanto por cien ahora está al revés

- Comprueba la solución SIEMPRE:

Tiene sentido que el precio inicial sea mayor que el precio final puesto que se le ha aplicado un descuento.

CASOS ESPECIALES 2

- ¿Y si queremos **saber el porcentaje aplicado** (ya sea en un descuento o un aumento)?

Partimos del siguiente ejemplo: Pagamos 105€ por una televisión que inicialmente costaba 300€. ¿Cuál es el porcentaje de descuento que nos han aplicado?

MÉTODO 1

Operamos con factores de conversión (regla de tres antigua)

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{300\%}{105\%} = \dfrac{100\%}{x}\end{array}\right\} \; x = \dfrac{105 \cdot 100}{300} = 35\%$$

¡No te olvides de las unidades!

Fíjate que el tanto por cien ahora está al revés

¡OJO! El porcentaje calculado corresponde al importe final, es decir que 105€ son el 35% del total. La pregunta es, ¿cuál es el descuento aplicado?

$$100\% - 35\% = 65\%$$

MÉTODO 2

Restamos las dos cantidades: $300 - 105 = 195€$

Dividimos la cantidad obtenida **entre** el precio inicial: $\dfrac{195}{300} = 0{,}65 \dashrightarrow 65\%$

- Comprueba la solución SIEMPRE:

Tiene sentido que el descuento aplicado sea del 65% porque 105€ es más de la mitad de 300€.