UNIVERSIDAD DE MURCIA — Región de Murcia — Universidad Politécnica de Cartagena

EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD
306 – MATEMÁTICAS II
PAU2026 - **JUNIO**

IMPORTANTE: En las preguntas 1, 2 y 3 no hay optatividad. En las preguntas 4 y 5 hay optatividad, teniendo que contestar solo una de las dos opciones. Si se responden las 2 opciones, solo se corregirá la primera opción contestada. La puntuación máxima de cada pregunta es 2 puntos. Solo se podrán usar las tablas estadísticas que se adjuntan. No se podrán usar calculadoras gráficas ni programables.

PREGUNTA 1: Darío y Cayetana están organizando un pequeño negocio y deciden invertir dinero en tres cosas: x miles de euros en publicidad, y miles de euros en materiales, z miles de euros en logística. El reparto depende de un parámetro positivo, k, que representa una estrategia de ajuste económico según la situación del mercado. Se sabe que la suma de todo lo invertido es en total 12 mil euros. Darío propone que la inversión en publicidad más el doble de la inversión en materiales sea igual a la inversión en logística más k. Cayetana quiere que el doble de la inversión en publicidad menos la inversión en materiales más la inversión en logística sea igual a 4 mil euros.

a) **[0,75 ptos.]** Plantee un sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas que refleje los datos del problema.

b) **[1,25 ptos.]** Discuta el correspondiente sistema. En caso de existir solución única, encuéntrela y exprésela en función de k si es necesario.

PREGUNTA 2: Considere un punto P de coordenadas (a,b) que está en el primer cuadrante, sobre una circunferencia de radio 10 centrada en el origen $O(0,0)$. Sea x el ángulo que forma el radio OP con el eje horizontal (o eje X), medido en radianes.

a) **[0,75 ptos.]** Demuestre que el área del rectángulo de vértices $O(0,0), A(a,0), B(0,b)$ y $P(a,b)$ viene dada por la función $f(x) = 100 \cdot \operatorname{sen}(x) \cdot \cos(x)$.

b) **[1,25 ptos.]** Calcule el ángulo x (en radianes) para que el área de dicho rectángulo sea máxima.

PREGUNTA 3: Considere el plano $\pi : 2x - y + 3z - 5 = 0$ y la recta

$$r : \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}.$$

a) **[0,75 ptos.]** Estudie la posición relativa de r y π.

b) **[1,25 ptos.]** Si r corta a π en un solo punto, calcule dicho punto y el ángulo que forma r con π. Si r es paralela a π, calcule la distancia de r a π.

PREGUNTA 4 (a elegir entre 4.1 y 4.2):

4.1) **[2 ptos.]** Justifique que la derivada de la función $f(x) = e^x(x-1) + 1 - x$ se anula en algún punto del intervalo $(0,1)$.

4.2) a) **[1,5 ptos.]** Calcule la integral indefinida $\displaystyle\int \frac{1}{x(\ln x)^2}\,dx$.

El examen continúa por detrás

b) **[0,5 ptos.]** Determine la primitiva de la función $f(x) = \dfrac{1}{x(\ln x)^2}$ cuya gráfica pasa por el punto de coordenadas $(e, 1)$.

PREGUNTA 5 (a elegir entre 5.1 y 5.2):

5.1) En una fábrica hay tres máquinas, A, B y C, que producen el mismo tipo de pieza. La máquina A fabrica el $50\,\%$ de las piezas, y el $3\,\%$ de ellas son defectuosas. La máquina B fabrica el $30\,\%$ de las piezas, y el $4\,\%$ de ellas son defectuosas. La máquina C fabrica el $20\,\%$ de las piezas, y el $5\,\%$ de ellas son defectuosas. Se elige una pieza al azar de la producción total.

a) **[0,75 ptos.]** Calcule la probabilidad de que la pieza sea defectuosa.

b) **[0,75 ptos.]** Sabiendo que la pieza elegida es defectuosa, calcule la probabilidad de que haya sido fabricada por la máquina B.

c) **[0,5 ptos.]** Calcule la probabilidad de que la pieza no sea defectuosa sabiendo que procede de la máquina C.

5.2) Una fábrica produce bombillas y se sabe que el $5\,\%$ son defectuosas.

a) **[0,75 ptos.]** Calcule la probabilidad de que en 9 bombillas escogidas al azar haya exactamente 3 bombillas defectuosas.

b) **[1,25 ptos.]** Calcule la probabilidad de que en 200 bombillas escogidas al azar haya al menos 10 bombillas defectuosas.