5.3. Modelo de examen

El alumnado tendrá que responder, a un número de preguntas determinado previamente y que figurará en el examen. En el supuesto de que el alumnado, de forma voluntaria o involuntaria, responda a un número de preguntas superior al establecido previamente, únicamente se corregirán las primeras respuestas, según el orden en que aparezcan, hasta completar el número de preguntas exigido. Las restantes preguntas contestadas no serán objeto de corrección ni calificación.

UNIVERSIDAD DE LA RIOJA

Prueba de Acceso a la Universidad (PAU)

Curso 2025/2026

ASIGNATURA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

Cada estudiante deberá resolver cuatro ejercicios.

El Ejercicio 1 será obligatorio y de carácter competencial. Tendrá una puntuación máxima de 3 puntos.

El Ejercicio 2 será obligatorio y de carácter competencial y tendrá una puntuación máxima de 2 puntos.

El Ejercicio 3 tendrá una puntuación máxima de 2 puntos y se podrá elegir entre dos opciones (*Opción 1* / *Opción 2*).

El Ejercicio 4 tendrá una puntuación máxima de 3 puntos y se podrá elegir entre dos opciones (*Opción 1* / *Opción 2*).

Todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Solo se permite el uso de calculadoras que aparecen en el listado publicado en la web de la Universidad de La Rioja. No se permite el préstamo de materiales (ni bolígrafos ni típex, ni materiales auxiliares) entre el alumnado, durante el examen.

EJERCICIO 1 (3 PUNTOS)

Resuelve los apartados a) y b):

a) **(1 PUNTO**) El examen de cierta materia se compone de dos partes: una teórica y otra práctica. Se sabe que un 20% de los estudiantes aprueban ambas partes; un 70% aprueba la parte teórica; y un 40% aprueba la parte práctica. Elegido un estudiante al azar entre los presentados, se pide:

a.1) Probabilidad de que apruebe la parte práctica si ha aprobado la parte teórica.
a.2) Probabilidad de que apruebe alguna de las dos partes.

b) **(2 PUNTOS)** La velocidad a la que circulan los vehículos por un determinado tramo de carretera sigue una distribución normal. A partir de 100 mediciones tomadas por un radar colocado en dicha carretera, se ha calculado el siguiente intervalo de confianza al 97% para la velocidad media (Km/h) en dicho tramo: (86,528, 93,472). Calcula la varianza poblacional y la velocidad media de la muestra de las 100 mediciones tomadas por el radar.

EJERCICIO 2 (2 PUNTOS)

En un almacén se guarda aceite de oliva y aceite de girasol. Para atender a los clientes se ha de tener almacenado un mínimo de 40 bidones de aceite de oliva y 20 de girasol. Además, el número de bidones de aceite de oliva no debe ser inferior a la mitad del número de bidones de aceite de girasol. La capacidad total del almacén es de 150 bidones. Se sabe que el gasto de almacenaje de un bidón de aceite de oliva es de 2 € y el de girasol es de 1 €. Se desea saber cuántos bidones de aceite de oliva y de girasol se deben almacenar para que el gasto de almacenaje sea mínimo. Se pide:

a) **(0,5 PUNTOS)** Plantea el problema de programación lineal que minimiza el gasto de almacenaje
b) **(0,5 PUNTOS)** Representa la región factible S.
c) **(0,5 PUNTOS)** Calcula las coordenadas de los vértices de dicha región S.
d) **(0,5 PUNTOS)** ¿Cuántos bidones de cada tipo habrá que almacenar para que el gasto sea mínimo?

EJERCICIO 3 (2 PUNTOS)

Elige una, y sólo una, de las dos opciones siguientes:

(Opción 1)

Dada la matriz A = $\begin{pmatrix} m & 1 & 0 \\ m & 3 & -1 \\ 0 & 2 & m \end{pmatrix}$ y B = $\begin{pmatrix} 8 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$:

a) **(1 PUNTO)** Calcula para qué valores de "m" la matriz A posee inversa.
b) **(1 PUNTO)** Para m = 2, calcula una matriz X para que verifique la igualdad: A X = B

(Opción 2)

Sean las matrices A = $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ y B = $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$:

a) **(0,75 PUNTOS)** Calcula A^{48} y A^{21}.
b) **(0,5 PUNTOS)** Estudia si se verifica o no la relación: (A + B) (A - B) = $A^2 - B^2$.
c) **(0,75 PUNTOS)** ¿Qué tendrían que cumplir A y B para que dicha relación fuera cierta?

EJERCICIO 4 (3 PUNTOS)

Elige una, y sólo una, de las dos opciones siguientes:

(Opción 1)

Los ingresos (en miles de euros) de una empresa riojana vienen dados por la función I(t), siendo t el tiempo transcurrido en meses:

$$I(t) = \begin{cases} -2t^2 + 16t + 2 & 0 \leq t \leq 5 \\ K - 8t & 5 < t \leq 7 \end{cases}$$

a) **(0,5 PUNTOS)** Se sabe que I(t) es una función continua. Calcula el valor de "K".
b) **(0,75 PUNTOS)** Calcula en qué mes se alcanzan los máximos ingresos
c) **(0,75 PUNTOS)** Representa la función I (t)
d) **(1 PUNTO)** Calcula la integral $\int_1^4 I(t)\, dt$.

(Opción 2)

Dada la función f (x) = $\frac{m x^2 + 8}{3x}$

a) **(1 PUNTO**) Calcula el valor de “m” para que dicha función alcance un mínimo relativo en x = 2. Comprueba que realmente es un mínimo relativo.
b) **(1 PUNTO**) Para m = 2, estudia el crecimiento y decrecimiento de f (x).
c) **(1 PUNTO**) Calcula el valor de “m” para que se verifique la igualdad: $\int_1^4 x\, f(x)dx = 64$.

Tabla. Distribución normal tipificada.

z	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0,1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0,2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0,3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0,4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0,5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0,6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0,7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0,8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0,9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1,0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1,1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1,2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1,3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1,4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1,5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1,6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1,7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1,8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1,9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2,0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2,1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2,2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2,3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2,4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2,5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2,6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2,7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974

5.4. Solucionario del modelo propuesto

EJERCICIO 1

Resuelve los apartados a) y b):

a) **(1 PUNTO**) El examen de cierta materia se compone de dos partes: una teórica y otra práctica. Se sabe que un 20% de los estudiantes aprueban ambas partes; un 70% aprueba la parte teórica; y un 40% aprueba la parte práctica. Elegido un estudiante al azar entre los presentados, se pide:

a.1) **(0,5 PUNTOS)** Probabilidad de que apruebe la parte práctica si ha aprobado la parte teórica.
a.2) **(0,5 PUNTOS)** Probabilidad de que apruebe alguna de las dos partes.

Consideremos los siguientes sucesos:

T= "aprobar parte teórica"; R = "aprobar parte práctica"

Por lo datos que nos dan en el enunciado, sabemos que: P (T) = 0,7; P (R) = 0,4; P (T ∩ R) = 0,2

a.1) $P(R / T) = \frac{P(T \cap R)}{P(T)} = \frac{0,2}{0,7} = \frac{2}{7}$
a.2) $P(T \cup R) = P(T) + P(R) - P(T \cap R) = 0,7 + 0,4 - 0,2 = 0,9$

b) **(2 PUNTOS)** La velocidad a la que circulan los vehículos por un determinado tramo de carretera sigue una distribución normal. A partir de 100 mediciones tomadas por un radar colocado en dicha carretera, se ha calculado el siguiente intervalo de confianza del 97% para la velocidad media (Km/h) en dicho tramo: (86,528, 93,472). Calcula la varianza poblacional y la velocidad media de la muestra de las 100 mediciones tomadas por el radar.

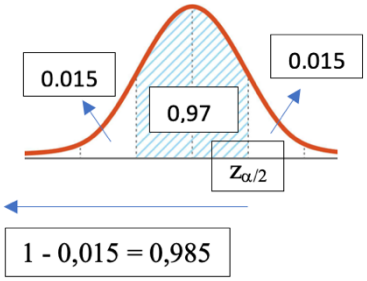
$X \sim N(\mu, \sigma)$; $\overline{X} \sim N(\mu, \sigma / \sqrt{n})$

Nos piden calcular σ^2 y $\overline{x}$. Se realizan 100 mediciones con el radar: n = 100

Intervalo de confianza al 97%: $IC_{97\%} = (86,528, 93,472) = (\overline{x} - E, \overline{x} + E)$ con $E = z_{\alpha/2} \cdot \sigma / \sqrt{n}$

La amplitud del intervalo es: 93,472 – 86,528 = 6,944 y su radio = E = 3, 472

Intervalo de confianza al 97%: $1 - \alpha = 0,97$; $\alpha = 0,03$; $\alpha / 2 = 0,03/2 = 0,015$



Mirando en las tablas: $z_{\alpha/2} = 2,17$

$E = z_{\alpha/2} \cdot \sigma / \sqrt{n} = 2,17\ \sigma / \sqrt{100} = 2,17 \cdot \sigma / 10 = 3, 472$

$\sigma = 3, 472 \cdot 10 / 2,17 = 16$. La varianza se calcula elevando al cuadrado la desviación típica: $\sigma^2 = 16^2 = 256$

El intervalo es: (86,528, 93,472) = ($\overline{x}$ – E, $\overline{x}$ + E); 86,528 = $\overline{x}$ – E

La velocidad media muestral es: $\overline{x}$ = 86,528 + E = 86,528 + 3, 472 = 90 Km/h

También podríamos haber calculado $\overline{x}$ de la forma siguiente: $\overline{x}$ = ½ · (86,528 + 93,472) = 90 Km/h

EJERCICIO 2

En un almacén se guarda aceite de oliva y aceite de girasol. Para atender a los clientes se ha de tener almacenado un mínimo de 40 bidones de aceite de oliva y 20 de girasol. Además, el número de bidones de aceite de oliva no debe ser inferior a la mitad del número de bidones de aceite de girasol. La capacidad total del almacén es de 150 bidones. Se sabe que el gasto de almacenaje de un bidón de aceite de oliva es de 2 € y el de girasol es de 1 €. Se desea saber cuántos bidones de aceite de oliva y de girasol se deben almacenar para que el gasto de almacenaje sea mínimo. Se pide:

a) (0,5 PUNTOS) Plantea el problema de programación lineal que minimiza el gasto de almacenaje

Llamemos x = n.º de bidones de aceite de oliva; y = n.º de bidones de aceite de girasol

Las restricciones del problema son:

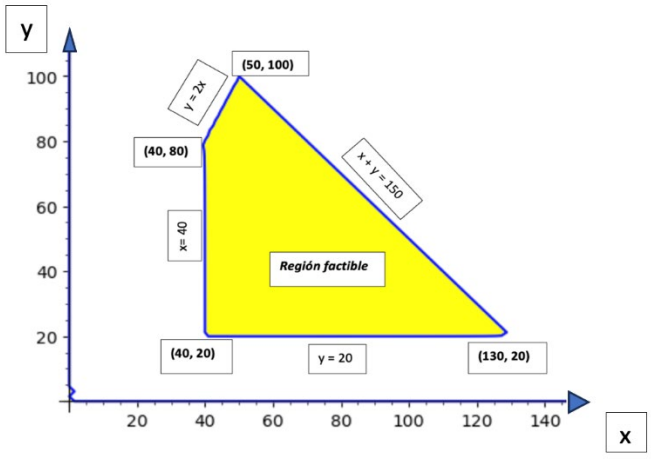
- $x \geq 40$ se han de almacenar como mínimo 40 bidones de aceite de oliva
- $y \geq 20$ se han de almacenar como mínimo 40 bidones de aceite de girasol
- $x \geq y/2$; $2x \geq y$; $2x - y \geq 0$ el n.º de bidones de aceite de oliva no debe ser inferior a la mitad del n.º de bidones de aceite de girasol
- $x + y \leq 150$ la capacidad total del almacén es de 150 bidones
- Además, $x \geq 0$, $y \geq 0$: el n.º de bidones de aceite no puede ser un n.º negativo

La función “gasto de almacenaje” vendrá dada por la función z = 2 x + y

El planteamiento del problema a resolver es:

$$\begin{cases} \text{Minimizar } z = 2x + y. \\ \text{sujeto a} \\ \quad x \geq 40 \\ \quad y \geq 20 \\ \quad 2x - y \geq 0 \\ \quad x + y \leq 150 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

b) (0,5 PUNTOS) Representa la región factible S.



c) (0,5 PUNTOS) Calcula las coordenadas de los vértices de dicha región S.

Los vértices de la región son los puntos:

(40, 20): intersección de las rectas x = 40, y = 20

(40, 80): intersección de las rectas x= 40, y = 2x

(50 100): intersección de las rectas y = 2x, x + y =150

(130, 20): intersección de las rectas y = 20, x + y = 150

d) (0,5 PUNTOS) ¿Cuántos bidones de cada tipo habrá que almacenar para que el gasto sea mínimo?

En este caso, el valor mínimo de la función de gastos (f (x, y) = 2 x + y) se alcanza en alguno de los vértices de la región factible. Evaluaremos ahora dicha función en los vértices y veremos en cuál se alcanza el valor mínimo.

(40, 20)	f (40, 20) = 2 x 40 + 20 = 100
(40, 80)	f (40, 80) = 2 x 40 + 80 = 160
(50, 100)	f (50, 100) = 2 x 50 + 100 = 200
(130, 20)	f (130, 20) = 2 x 130 + 20 = 280

El valor mínimo se alcanza en el punto (40, 20).

El gasto de almacenaje es mínimo cuando se almacenan 40 bidones de aceite de oliva y 20 de girasol, siendo el gasto de 100 €.

EJERCICIO 3

Elige una, y sólo una, de las dos opciones siguientes y resuelve la tarea propuesta:

(Opción 1)

Dada la matriz A = $\begin{pmatrix} m & 1 & 0 \\ m & 3 & -1 \\ 0 & 2 & m \end{pmatrix}$ y B = $\begin{pmatrix} 8 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$:

a) (1 PUNTO) Calcula para qué valores de “m” la matriz A posee inversa.

Calculemos el determinante de la matriz A. Sabemos que si el $|A|$ es distinto de 0, poseerá inversa; por el contrario, si $|A| = 0$, no poseerá inversa.

Veamos para qué valores de “m” el $|A|$ es 0:

$|A| = \begin{vmatrix} m & 1 & 0 \\ m & 3 & -1 \\ 0 & 2 & m \end{vmatrix} = 3\,m^2 - m^2 + 2m = 2\,m^2 + 2m = 2\,m\,(m + 1)$

$|A| = 0$ si $m = 0$ o $m = -1$: para estos valores de “m” A no posee inversa.

$|A| \neq 0$ si $m \neq 0$ y $m \neq -1$: para estos valores de “m” A sí posee inversa.

b) (1 PUNTO) Para m = 2, calcula una matriz X para que verifique la igualdad: A X = B

A es una matriz cuadrada 3 x 3, B es una matriz 3 x 1, luego la matriz X debe ser 3 x 1.

Si X = $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$; AX = B; $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$

Realizando el producto, llegamos al sistema de ecuaciones lineales: $\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 8 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 5 \\ 2x_2 + 2\,x_3 = 6 \end{cases}$

Tomemos ahora la matriz ampliada asociada a dicho sistema. Intentaremos resolver dicho sistema aplicando Gauss

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 8 \\ 2 & 3 & -1 & 5 \\ 0 & 2 & 2 & 6 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 8 \\ 0 & 2 & -1 & -3 \\ 0 & 2 & 2 & 6 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 8 \\ 0 & 2 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & 3 & 9 \end{pmatrix}$$

Llegamos al sistema: $\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 8 \; ; \; 2x_1 + 0 = 8 \; ; \quad x_1 = 4 \\ 2x_2 - x_3 = -3 \; ; \quad 2x_2 - 3 = -3 \; ; \; x_2 = 0 \\ 3\,x_3 = 9 \; ; \; x_3 = 3 \end{cases}$

La solución pedida es: X = $\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$

(Opción 2)

Sean las matrices A = $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ y B = $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$:

a) (0,75 PUNTOS) Calcula A^{48} y A^{21}.

Calculemos en primer lugar A^2, A^3, A^4

$A^2 = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I$ (matriz identidad 2 x 2)

$A^3 = A^2 . A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} = A$; $A^4 = A^3 . A = A . A = I$

Observamos que: $\begin{cases} A^n = A, \text{ si n es impar} \\ A^n = I, \text{ si n es par} \end{cases}$ ($n \geq 1, n^{\underline{o}}\, natural$) Por lo tanto: $A^{48} = I$ y $A^{21} = A$.

b) (0,5 PUNTOS) Estudia si se verifica o no la relación: $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$.

Hagamos el producto de las matrices: $(A + B)(A - B) = A^2 - A B + B A - B^2$

La igualdad será cierta si $A B = B A$

$$A B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & -14 \\ 5 & -9 \end{pmatrix}; \qquad B A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$$

En este caso no se verifica la igualdad.

(También se pueden calcular A + B, A - B, A^2, B^2 y comprobar que $(A + B)(A - B) \neq A^2 - B^2$)

c) (0,75 PUNTOS) ¿Qué tendrían que cumplir A y B para que dicha relación fuera cierta?

Ambas son matrices cuadradas 2 x 2 luego es posible hacer AB y BA. La igualdad que se indica, $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$, se verificaría si AB = BA.

EJERCICIO 4

Elige una, y sólo una, de las dos opciones siguientes y resuelve la tarea propuesta:

(Opción 1)

Los ingresos (en miles de euros) de una empresa riojana vienen dados por la función I(t), siendo t el tiempo transcurrido en meses:

$$I(t) = \begin{cases} -2t^2 + 16t + 2 & 0 \le t \le 5 \\ K - 8t & 5 < t \le 7 \end{cases}$$

a) (0,5 PUNTOS) Se sabe que I(t) es una función continua. Calcula el valor de "K".

I (5) = -2 x 25 + 16 x 5 + 2 = -50 + 80 + 2 = 32 = $\lim_{t \to 5^-} I(t)$

$\lim_{t \to 5^+} (K - 8t) = K - 40$; K – 40 = 32; K = 40 + 32 = 72; K = 72.

$$\text{Luego} \quad I(t) = \begin{cases} -2t^2 + 16t + 2 & 0 \le t \le 5 \\ 72 - 8t & 5 < t \le 7 \end{cases}$$

b) (0,75 PUNTOS) Calcula en qué mes se alcanzan los máximos ingresos.

Si 0 < t < 5:

I (t) = $-2t^2 + 16t + 2$

I'(t) = - 4 t + 16 = 0; t = 4

I''(t) = - 4; I'' (4) = - 4 < 0 luego I (t) alcanza un máximo relativo en t = 4

Si 5 < t < 7:

I (t) =$72 - 8t$

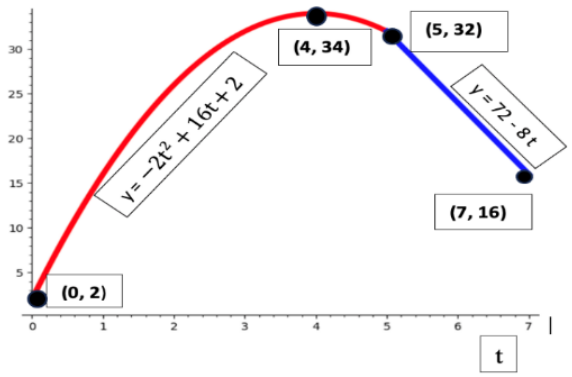
I'(t) = - 8 $\neq 0$ No existen extremos relativos en el intervalo (5, 7).

Evaluemos la función en t = 4, t = 0, t = 5, t = 7:

I (4) = 34, I (0) = 2, I (5) = 32, I (7) = 16

Los ingresos son máximos en el cuarto mes y son de 34.000€.

c) (0,75 PUNTOS) Representa la función I (t)



d) (1 PUNTO) Calcula la integral $\int_1^4 I(t)\,dt$.

$\int_1^4 I\,(t)\,dt = \int_1^4 (-2t^2 + 16t + 2\,)dt = \left[\frac{-2}{3}\,t^3 + 8\,t^2 + 2\,t\right]_1^4 =$

$\left[\frac{-2}{3}\,4^3 + 8\,x\,4^2 + 2\,x\,4\right] - \left[\frac{-2}{3}\,1^3 + 8\,x\,1^2 + 2\,x\,1\right] = -\,128/3 + 128 + 8 + 2/3 - 8 - 2 =$
$-\,128/3 + 136 + 2/3 - 10 = 1/3\,(378 - 126) = 84$

(Opción 2)

Dada la función f (x) = $\frac{m\,x^2 + 8}{3\,x}$

a) **(1 PUNTO**) Calcula el valor de "m" para que dicha función alcance un mínimo relativo para x = 2. Comprueba que realmente es un mínimo relativo.

f ′(x) = $\frac{2mx\;3x - 3\,(m\,x^2 + 8)}{9\,x^2} = \frac{6mx^2 - 3\,(m\,x^2 + 8)}{9\,x^2} = \frac{3mx^2 - 24}{9\,x^2}$

f ′(2) = $\frac{12\,m - 24}{36} = 0$; $12m - 24 = 0$; m = 2.

Comprobemos que realmente es un mínimo relativo.

f (x) = $\frac{2\,x^2 + 8}{3\,x}$; f ′(x) = $\frac{6\,x^2 - 24}{9\,x^2}$; f ′′ (x) = $\frac{432}{81x^3}$;

f ′′(2) = $\frac{432}{648} > 0$ luego efectivamente la función alcanza un mínimo relativo en x = 2.

b) **(1 PUNTO)** Para m = 2, estudia el crecimiento y decrecimiento de f (x)

f (x) = $\frac{2\,x^2 + 8}{3\,x}$; f ′(x) = $\frac{6\,x^2 - 24}{9\,x^2} = \frac{6\,(x^2 - 4)}{3\,x^2} = \frac{6\,(x - 2)\;(x + 2)}{3\,x^2}$

Estudiamos ahora el signo de f ′(x):

f ′(x) es negativa en $(-2,\ 0) \cup (0,\ 2)$; f es decreciente en $(-2,\ 0) \cup (0,\ 2)$

f ′(x) es positiva en $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$; f creciente en $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

c) **(1 PUNTO)** Calcula el valor de "m" para que se verifique la igualdad: $\int_1^4 x\,f(x)\,dx = 64$.

$\int_1^4 x\,f(x)\,dx = \int_1^4 x\,\frac{m\,x^2 + 8}{3\,x}\,dx = \frac{1}{3}\int_1^4 (m\,x^2 + 8)\,dx = \frac{1}{3}\left[\frac{m\,x^3}{3} + 8x\right]_1^4$

$= \frac{1}{3}\left[\left(\frac{64\,m}{3} + 32\right) - \left(\frac{m}{3} + 8\right)\right] = \frac{1}{3}\left[\frac{64\,m}{3} + 32 - \frac{m}{3} - 8\right] = \frac{1}{3}(21m + 24)$

Como $\int_1^4 x\,f(x)\,dx = 64$; $\frac{1}{3}\,(21m + 24) = 64$; $21m + 24 = 192$; $m = 8$.