5.3. Modelo de examen

El alumnado tendrá que responder, a un número de preguntas determinado previamente y que figurará en el examen. En el supuesto de que el alumnado, de forma voluntaria o involuntaria, responda a un número de preguntas superior al establecido previamente, únicamente se corregirán las primeras respuestas, según el orden en que aparezcan, hasta completar el número de preguntas exigido. Las restantes preguntas contestadas no serán objeto de corrección ni calificación

INSTRUCCIONES:
1. El examen consta de 4 preguntas con una puntuación de valor 2.5 puntos cada una; la primera sin opciones y las tres siguientes con opcionalidad. 2. En las preguntas con opcionalidad el estudiante sólo contestará a una de las dos opciones (a su elección).

Pregunta 1 (2.5 puntos)

En la figura se representa una señal informativa de la Dirección General de Tráfico (DGT) en la carretera de circunvalación de Logroño, compuesta por un cartel rectangular y sus tres postes de apoyo.



Las dimensiones del cartel son 3 × 2 m y está centrado respecto a los tres postes.

La altura total de los postes (y también la de la parte superior del cartel) sobre el terreno es de 4 m y la distancia entre postes es de 1 m.

El cartel se apoya de forma continua en los postes, o sea, que se transmite la carga de viento de manera uniformemente distribuida. Los postes están empotrados en su correspondiente zapata de hormigón bajo el terreno.

Considerar para los cálculos un día de viento con fuerza de 700 N/m^2.

Despreciar el efecto directo del viento sobre los postes, así como el peso propio de la señal.

a) Realice el esquema de uno de los postes con su correspondiente carga. (**0.5 puntos**)

b) Calcule las reacciones en el empotramiento de uno cualquiera de los postes. (**1 punto**)

c) Determine las leyes de esfuerzos cortantes y momentos flectores en uno cualquiera de los postes y represéntelas. (**1 punto**)

Pregunta 2 (2.5 puntos)

OPCIÓN 1:

En la imagen se muestra la pasarela peatonal que une la zona de la Universidad con un centro comercial. Se trata de una pasarela de arco atirantada. Como vemos, el tablero está sujeto al arco superior por parejas de tirantes.



El tablero de la pasarela es de hormigón armado, densidad de 2 500 kg/m^3, y tiene una anchura de 3 m y un grosor de 400 mm.

Los tirantes son de acero, con módulo elástico E = 2.1·10^5 MPa, límite elástico σ_e = 285 MPa, con una sección neta de 500 mm^2. La distancia entre cada pareja de tirantes es de 3 m.

Si la longitud inicial de los tirantes centrales es de 9 m, calcular, teniendo en cuenta el peso propio del tablero más una sobrecarga de 500 kg/m^2:

a) La tensión en cada tirante, en MPa. (**1 punto**)

b) Justificar si nos encontramos dentro de la zona de deformación elástico-lineal. (**0.5 puntos**)

c) El alargamiento que se produce en uno de los tirantes centrales respecto a su longitud inicial (antes del montaje), en mm. (**1 punto**)

Nota: Considerar que 1 kp equivale a 10 N.

OPCIÓN 2:

Calcular y expresar la dureza Brinell del acero de los tirantes del puente de la figura anterior, si al hacer el correspondiente ensayo con una carga de 3 000 kp y una bola de 10 mm de diámetro, se obtiene un diámetro de huella de 5.32 mm. Tiempo de aplicación de la carga, 30 s.

Pregunta 3 (2.5 puntos)

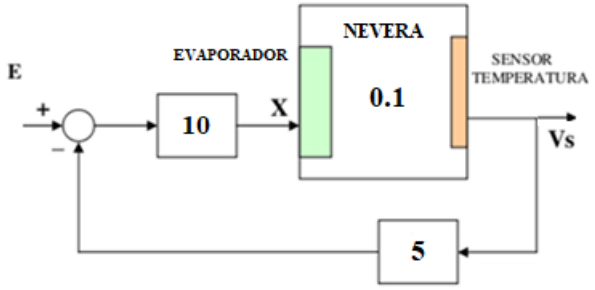
OPCIÓN 1:

Una nevera enfría su contenido a una velocidad de 700 kJ/h. La temperatura en el interior de la nevera debe mantenerse a − 4 ºC mientras la cocina donde está instalada la nevera mantiene una temperatura ambiente 25 ºC. Se solicita calcular:

a) La potencia del motor (en vatios) necesaria para conseguir mantener la temperatura en el interior de la nevera si estuviera funcionando según el ciclo ideal de Carnot. (**1 punto**)

b) Si la eficiencia del ciclo real de la nevera es el 60% de la eficiencia del ciclo de Carnot, calcular entonces la potencia del motor. (**0.5 puntos**)

c) El valor de la función de transferencia del sistema de control de la nevera, $G_S = V_S/E$, que consigue que se mantenga la temperatura interior de − 4 ºC, si ese sistema está representado por este diagrama de bloques, con expresión de las ganancias de cada bloque amplificador. (**1 punto**)



OPCIÓN 2:

Se tiene un cilindro neumático de doble efecto de 8 cm de diámetro y 20 cm de carrera. La presión de trabajo es de 7 bar y el diámetro del vástago es de 2 cm. Considerando en el cilindro una fuerza de rozamiento de valor el 10% de la fuerza teórica aplicada, calcule:

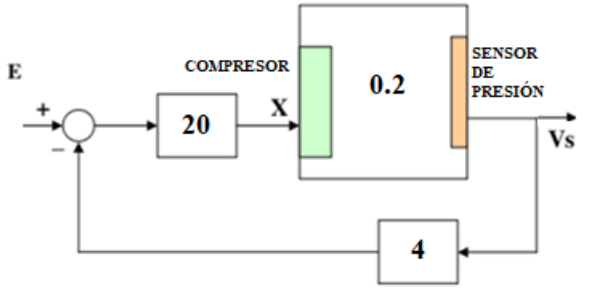
a) La fuerza de avance (en N). (**0.5 puntos**)

b) La fuerza de retroceso (en N). (**0.5 puntos**)

c) El consumo de aire del cilindro (en litros por minuto) en condiciones normales, si efectúa 6 ciclos por minuto. (**0.5 puntos**)

Nota: Considere 1 atm = 1 bar

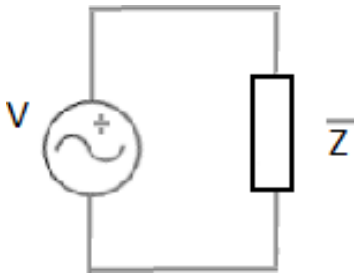
d) El valor de la función de transferencia del sistema de control del compresor, $G_S = V_S/E$, que mantiene la presión de trabajo del aire comprimido del cilindro neumático, si ese sistema está representado por este diagrama de bloques, con expresión de las ganancias de cada bloque amplificador. (**1 punto**)



Pregunta 4 (2.5 puntos)

OPCIÓN 1:

Se conecta una impedancia de valor (en ohmios) $\vec{Z} = 40 + j\,31.41$ a una fuente de tensión alterna de 220 V de tensión eficaz y 50 Hz de frecuencia.



Calcule:

a) La potencia activa y la potencia reactiva consumida por la impedancia $\vec{Z}$. (**1.25 punto**)

b) La potencia aparente asociada a la impedancia $\vec{Z}$ y, con su relación con la potencia activa y reactiva, dibuje el triángulo de potencias. (**1.25 punto**)

OPCIÓN 2:

Para controlar el toldo de la terraza de una vivienda, tenemos cuatro sensores que nos dan las siguientes señales: señal "L" (lluvia), señal "V" (viento), señal "S" (sol) y señal "F" (frío en el interior de la vivienda). El toldo se extenderá (función de salida f_S = 1) siempre que haga calor en el interior (F = 0) y no se extenderá cuando haga frío dentro de la vivienda (F = 1), con las siguientes excepciones:

- Cuando ningún sensor esté activado, el toldo no se extenderá.
- Cuando sólo esté activado el sensor de viento, tampoco se extenderá.

Se solicita:

a) Obtener la tabla de verdad y la función lógica f_S que extiende el toldo, expresada en *MINTERMS* (suma de productos o primera forma canónica). (**1 punto**)

b) Simplificar la función de salida f_S mediante el método de Karnaugh. (**0.75 puntos**)

c) Implementar la función de salida f_S en un circuito electrónico de control con puertas lógicas NAND. (**0.75 puntos**)

5.4. Solucionario del modelo propuesto

Pregunta 1 (2.5 puntos)

En la figura se representa una señal informativa de la Dirección General de Tráfico (DGT) en la carretera de circunvalación de Logroño, compuesta por un cartel rectangular y sus tres postes de apoyo.



Las dimensiones del cartel son 3 × 2 m y está centrado respecto a los tres postes.

La altura total de los postes (y también la de la parte superior del cartel) sobre el terreno es de 4 m y la distancia entre postes es de 1 m.

El cartel se apoya de forma continua en los postes, o sea, que se transmite la carga de viento de manera uniformemente distribuida. Los postes están empotrados en su correspondiente zapata de hormigón bajo el terreno.

Considerar para los cálculos un día de viento con fuerza de 700 N/m^2.

Despreciar el efecto directo del viento sobre los postes, así como el peso propio de la señal.

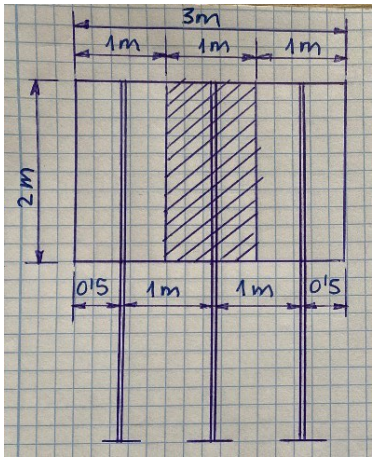
a) Realice el esquema de uno de los postes con su correspondiente carga. (**0.5 puntos**)

b) Calcule las reacciones en el empotramiento de uno cualquiera de los postes. (**1 punto**)

c) Determine las leyes de esfuerzos cortantes y momentos flectores en uno cualquiera de los postes y represéntelas. (**1 punto**)

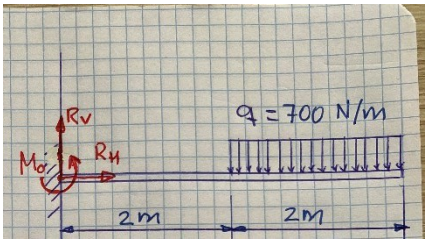
SOLUCIÓN:

a) Realice el esquema de uno de los postes con su correspondiente carga.



Cada poste soporta lo correspondiente a 2 m^2 de panel, por lo tanto, está sometido a una fuerza F = 2·700= 1400 N. Fuerza que queda uniformemente distribuida sobre los 2 metros superiores del poste con valor:

Q = 1400/2 **= 700 N/m**

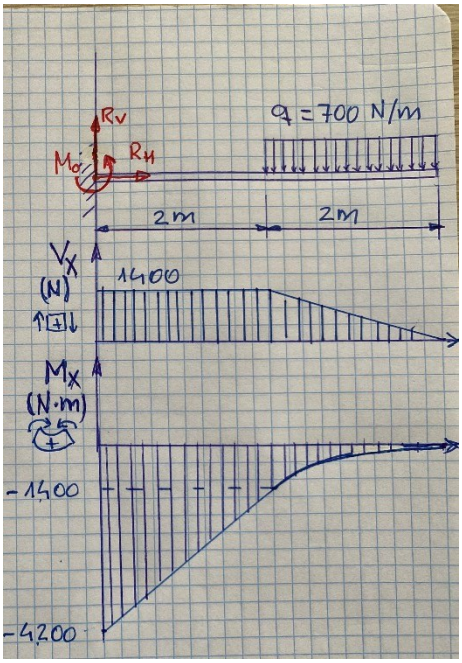


b) Cálculo de reacciones:

$$\sum F_H = 0 \rightarrow \boldsymbol{R_H = 0} \quad \text{(Se desprecia el peso propio)}$$

$$\sum F_V = 0 \rightarrow R_V - 700 \cdot 2 = 0 \rightarrow \boldsymbol{R_V = 1400\ N}$$

$$\sum M_o = 0 \rightarrow M_o - 700 \cdot 2 \cdot 3 = 0 \rightarrow \boldsymbol{M_o = 4200\ Nm}$$



c) Cálculo de esfuerzos:

- Para 0 < x < 2 m

  Vx **= +1400 N**

  Mx **= – 4200 + 1400·*x***

  $M_{x=0}$ = – 4200 Nm

  $M_{x=2}$ = – 4200 + 1400·2= – 1400 Nm

- Para 2 < x < 4 m

  Vx **=** 1400 – 700·(*x* – 2) **= 2800 – 700*x***

  $V_{x=4}$ = 0

  $V_{x=2}$ = + 1400 N

  Mx **=** – 4200 + 1400·*x* – 700·(*x* – 2)^2·1/2 =

  = – 4200 + 1400·*x* – 350·*x*^{2} + 1400*x* – 1400 =

  = – 5600 + 2800·*x* – 350·*x*^{2}

  $M_{x=4}$ = – 5600 + 2800·4 – 350·4^2 = 0

  $M_{x=2}$ = – 5600 + 2800·2 – 350·2^2 = – 1400 Nm

Pregunta 2 (2.5 puntos)

OPCIÓN 1:

En la imagen se muestra la pasarela peatonal que une la zona de la Universidad con un centro comercial. Se trata de una pasarela de arco atirantada. Como vemos, el tablero está sujeto al arco superior por parejas de tirantes.



El tablero de la pasarela es de hormigón armado, densidad de 2 500 kg/m^3, y tiene una anchura de 3 m y un grosor de 400 mm.

Los tirantes son de acero, con módulo elástico E = 2.1·10^5 MPa, límite elástico σ_e = 285 MPa, con una sección neta de 500 mm^2. La distancia entre cada pareja de tirantes es de 3 m.

Si la longitud inicial de los tirantes centrales es de 9 m, calcular, teniendo en cuenta el peso propio del tablero más una sobrecarga de 500 kg/m^2:

a) La tensión en cada tirante, en MPa. (**1 punto**)

b) Justificar si nos encontramos dentro de la zona de deformación elástico-lineal. (**0.5 puntos**)

c) El alargamiento que se produce en uno de los tirantes centrales respecto a su longitud inicial (antes del montaje), en mm. (**1 punto**)

Nota: Considerar que 1 kp equivale a 10 N.

SOLUCIÓN:

a) La tensión en cada tirante, en MPa.

Cada pareja de tirantes soporta el peso propio (pp) y la sobrecarga (sc) de una banda de 3 m de longitud del tablero que tiene los 3 m de anchura del puente, luego un solo tirante soporta la mitad, el peso de una superficie S = 3·1.5 m^2:

$$P_{pp} = densidad \cdot S \cdot grosor = 2\,500 \cdot 3 \cdot 1.5 \cdot 0.4 = 4\,500 \text{ kp} = 45\,000 \text{ N}$$

$$P_{sc} = sc \cdot S = 500 \cdot 3 \cdot 1.5 = 2\,250 \text{ kp} = 22\,500 \text{ N}$$

$$P = P_{pp} + P_{sc} = 45\,000 + 22\,500 = 67\,500 \text{ N}$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{P}{A} = \frac{67\,500}{500} = 135\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} = \mathbf{135\ MPa}$$

b) Vemos que estamos dentro de la zona de deformación elástico-lineal, pues estamos por debajo del límite elástico del material:

$$\boldsymbol{\sigma} = 135\ \mathrm{MPa} < 285\ \mathrm{MPa} = \boldsymbol{\sigma_e}$$

c) El alargamiento que se produce en uno de los tirantes centrales respecto a su longitud inicial

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{135}{2.1 \cdot 10^5} = 6.43 \cdot 10^{-4}$$

$$\Delta \boldsymbol{L} = \varepsilon \cdot L_0 = 6.43 \cdot 10^{-4} \cdot 9\,000 = \mathbf{5.78\ mm}$$

OPCIÓN 2:

Calcular y expresar la dureza Brinell del acero de los tirantes del puente de la figura anterior, si al hacer el correspondiente ensayo con una carga de 3 000 kp y una bola de 10 mm de diámetro, se obtiene un diámetro de huella de 5.32 mm. Tiempo de aplicación de la carga, 30 s.

SOLUCIÓN:

- Cálculo de la dureza Brinell, HB (en kp/mm^2):

$$HB = \frac{F}{S}$$

$$S = \pi \cdot D \cdot f = \frac{\pi \cdot D}{2}\left(D - \sqrt{D^2 - d^2}\right) = \frac{\pi \cdot 10}{2}\left(10 - \sqrt{10^2 - 5.32^2}\right) = 24.07\ \mathrm{mm}^2$$

$$\boldsymbol{HB} = \frac{F}{S} = \frac{3\,000}{24.07} = \mathbf{124.62}$$

- Expresión de la dureza Brinell:

124 HB 10 3 000 30

Pregunta 3 (2.5 puntos)

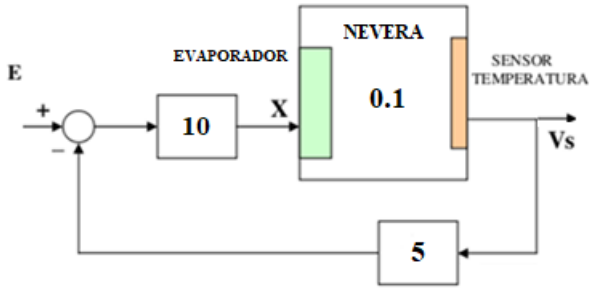
OPCIÓN 1:

Una nevera enfría su contenido a una velocidad de 700 kJ/h. La temperatura en el interior de la nevera debe mantenerse a − 4 ºC mientras la cocina donde está instalada la nevera mantiene una temperatura ambiente 25 ºC. Se solicita calcular:

a) La potencia del motor (en vatios) necesaria para conseguir mantener la temperatura en el interior de la nevera si estuviera funcionando según el ciclo ideal de Carnot. (**1 punto**)

b) Si la eficiencia del ciclo real de la nevera es el 60% de la eficiencia del ciclo de Carnot, calcular entonces la potencia del motor. (**0.5 puntos**)

c) El valor de la función de transferencia del sistema de control de la nevera, $G_S = V_S/E$, que consigue que se mantenga la temperatura interior de − 4 ºC, si ese sistema está representado por este diagrama de bloques, con expresión de las ganancias de cada bloque amplificador. (**1 punto**)

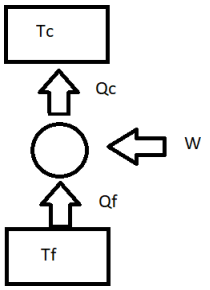


SOLUCIÓN:

a) La potencia del motor (en vatios) necesaria para conseguir mantener la temperatura en el interior de la nevera si estuviera funcionando según el ciclo ideal de Carnot.

En el ciclo ideal de Carnot, el calor es proporcional a la temperatura en unidades Kelvin. La máquina frigorífica extrae calor del interior de la nevera (*Qf*), que está a la temperatura *Tf* = 273 − 4 = 269 K, gracias al trabajo mecánico (*W*) del motor y traslada a ambos (*Qf* + *W* = *Qc*) al ambiente exterior, que está a la temperatura *Tc* = 273 + 25 = 298 K. La eficiencia de esta bomba de calor ideal es entonces:

$$\varepsilon = \frac{Qf}{W} = \frac{Qf}{Qc - Qf} = \frac{Tf}{Tc - Tf} = \frac{269}{298 - 269} = 9.27$$



Si la nevera está extrayendo calor a 700 kJ/h con esta eficiencia, el motor estará consumiendo

$$\dot{W} = \frac{\dot{Q}f}{\varepsilon} = \frac{700\,\frac{kJ}{h}}{9.276} = 75.465\ \frac{kJ}{h} = \frac{75\,465\,J}{3\,600\,s} = \mathbf{20.96\ W}$$

b) Si la eficiencia del ciclo real de la nevera es el 60 % de la eficiencia del ciclo de Carnot, calcular entonces la potencia del motor.

La eficiencia del ciclo real es:

$$\varepsilon_{real} = 60\% \cdot \varepsilon = \frac{60}{100} \cdot 9.276 = 5.566$$

Y el motor necesitará aportar al ciclo frigorífico real una potencia de:

$$\dot{W}_{real} = \frac{\dot{Q}f}{\varepsilon_{real}} = \frac{700\,\frac{kJ}{h}}{5.566} = 125.773\ \frac{kJ}{h} = \frac{125\,773\,J}{3\,600\,s} = \mathbf{34.93\ W}$$

c) El valor de la función de transferencia del sistema de control de la nevera, $G_S = V_S/E$.

El sistema de control presenta un lazo cerrado con realimentación negativa, por lo que su función de transferencia es:

$$\boldsymbol{G_S} = \frac{V_S}{E} = \frac{10 \cdot 0.1}{1 + 10 \cdot 0.1 \cdot 5} = \frac{1}{6} = \mathbf{0.167}$$

OPCIÓN 2:

Se tiene un cilindro neumático de doble efecto de 8 cm de diámetro y 20 cm de carrera. La presión de trabajo es de 7 bar y el diámetro del vástago es de 2 cm. Considerando en el cilindro una fuerza de rozamiento de valor el 10 % de la fuerza teórica aplicada, calcule:

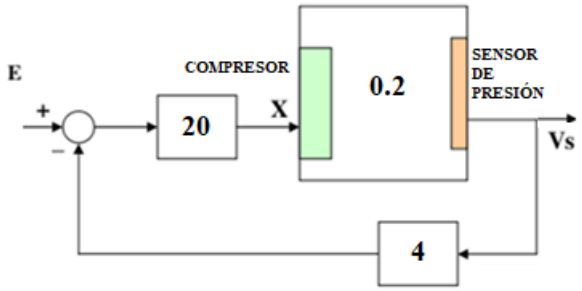
a) La fuerza de avance (en N). (**0.5 puntos**)

b) La fuerza de retroceso (en N). (**0.5 puntos**)

c) El consumo de aire del cilindro (en litros por minuto) en condiciones normales, si efectúa 6 ciclos por minuto. (**0.5 puntos**)

Nota: Considere 1 atm = 1 bar

d) El valor de la función de transferencia del sistema de control del compresor, $G_S = V_S/E$, que mantiene la presión de trabajo del aire comprimido del cilindro neumático, si ese sistema está representado por este diagrama de bloques, con expresión de las ganancias de cada bloque amplificador. (**1 punto**)



SOLUCIÓN:

a) La fuerza de avance (en N).

La fuerza teórica aplicada es igual a la presión relativa interior (la presión de trabajo *p*, 7 bar = $7 \cdot 10^5$ N/m^2) por la superficie del émbolo del cilindro, que en el lado de avance es:

$$S_A = \pi \cdot R^2 = \frac{\pi \cdot D^2}{4} = \frac{\pi \cdot 0.08^2}{4} = 50.26\ cm^2$$

La fuerza de avance es la teórica aplicada a la que se le resta la fuerza de rozamiento, y equivale a:

$$\boldsymbol{F_A} = (1 - 0.1) \cdot p \cdot S_A = 0.9 \cdot 7 \cdot 10^5 \cdot 50.26 \cdot 10^{-4} = \mathbf{3\ 166.38\ N}$$

b) La fuerza de retroceso (en N).

En el lado de retroceso, a la superficie del émbolo habrá que restarle la del vástago al que está conectado y que es arrastrado por el empuje de las presiones:

$$S_R = \pi \cdot (R^2 - r^2) = \frac{\pi \cdot (D^2 - d^2)}{4} = \frac{\pi \cdot (0.08^2 - 0.02^2)}{4} = 47.12\ cm^2$$

Con la fuerza de retroceso también se resta la fuerza de rozamiento a la teórica aplicada, y equivale a:

$$\boldsymbol{F_R} = 0.9 \cdot p \cdot S_R = 0.9 \cdot 7 \cdot 10^5 \cdot 47.12 \cdot 10^{-4} = \mathbf{2\ 968.81\ N}$$

c) El consumo de aire del cilindro (en litros por minuto) en condiciones normales, si efectúa 6 ciclos por minuto.

El volumen de aire que en cada ciclo hay dentro del cilindro neumático es igual a la superficie del émbolo de cada cámara por la longitud de carrera:

$$V_c = (S_A + S_R) \cdot L_c = (50.26 + 47.12) \cdot 20 = 1\,947.6\ cm^3 = 1.95\ litros\ por\ ciclo$$

La presión absoluta en el cilindro es igual a relativa más la presión atmosférica, y si una presión de 1 atm puede considerarse equivalente a 1 bar, entonces p_C = p + 1 = 7 + 1 = 8 atm. Si consideramos como condición normal (*c.n.*) una atmósfera de presión y la misma temperatura de trabajo del cilindro neumático, entonces:

$$p \cdot V = constante \rightarrow V_{c,\,c.n.} = \frac{p_c \cdot V_c}{p_{atm}} = \frac{8 \cdot 1.95}{1} = 15.6\ litros\ por\ ciclo$$

Y en 6 ciclos/min se consumirá una cantidad de aire igual a 15.6 · 6 = **93.6 litros/min**.

d) El valor de la función de transferencia del sistema de control del compresor, $G_S = V_S/E$.

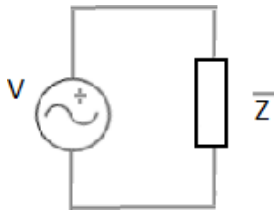
El sistema de control presenta un lazo cerrado con realimentación negativa, por lo que su función de transferencia es:

$$\boldsymbol{G_S} = \frac{V_S}{E} = \frac{20 \cdot 0.2}{1 + 20 \cdot 0.2 \cdot 4} = \frac{4}{17} = \mathbf{0.235}$$

Pregunta 4 (2.5 puntos)

OPCIÓN 1:

Se conecta una impedancia de valor (en ohmios) $\vec{Z} = 40 + j\,31.41$ a una fuente de tensión alterna de 220 V de tensión eficaz y 50 Hz de frecuencia.



Calcule:

a) La potencia activa y la potencia reactiva consumida por la impedancia $\vec{Z}$. (**1.25 punto**)

b) La potencia aparente asociada a la impedancia $\vec{Z}$ y, con su relación con la potencia activa y reactiva, dibuje el triángulo de potencias. (**1.25 punto**)

SOLUCIÓN:

a) Calcule la potencia activa y la potencia reactiva consumida por la impedancia $\vec{Z}$.

La tensión, la corriente y la impedancia están relacionadas por la Ley de Ohm:

$$\vec{V} = \vec{I} \cdot \vec{Z} \;\rightarrow\; \vec{I} = \frac{\vec{V}}{\vec{Z}} \;\rightarrow\; I = \frac{V}{Z}$$

El módulo de la impedancia es:

$$\vec{Z} = (40 + \mathrm{j}\,31.41)\;\Omega$$

$$\left|\vec{Z}\right| = Z = \sqrt{40^2 + 31.41^2} = 50.859\;\Omega$$

En el circuito señalado, el triángulo de potencias es semejante al formado por la resistencia y la reactancia de la impedancia *Z*, así que el ángulo del factor de potencia del circuito es

$$\tan\varphi = \frac{31.41}{40} \;\rightarrow\; \varphi = \tan^{-1}\frac{31.41}{40} = 38.14°$$

La potencia activa, la potencia reactiva y la potencia aparente toman los siguientes valores:

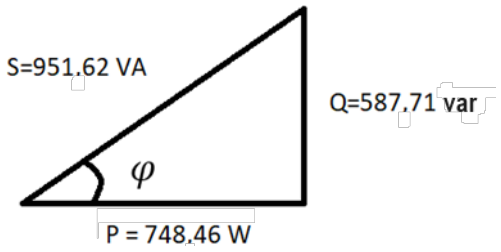
$$P = V \cdot I \cdot \cos\varphi = \frac{V^2}{Z} \cdot \cos\varphi = \frac{220^2}{50.86} \cdot \cos\,(38.14°) = 748.46\;W$$

$$Q = V \cdot I \cdot \sin\varphi = \frac{V^2}{Z} \cdot \sin\varphi = \frac{220^2}{50.86} \cdot \sin\,(38.14\,°) = 587.71\;var$$

b) La potencia aparente asociada a la impedancia $\vec{Z}$ y, con su relación con la potencia activa y reactiva, dibuje el triángulo de potencias

En el triángulo de potencias, la potencia aparente es la hipotenusa del triángulo rectángulo que tiene por catetos la potencia activa y la potencia reactiva:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{748.46^2 + 587.71^2} = 951.62\ VA$$



OPCIÓN 2:

Para controlar el toldo de la terraza de una vivienda, tenemos cuatro sensores que nos dan las siguientes señales: señal "L" (lluvia), señal "V" (viento), señal "S" (sol) y señal "F" (frío en el interior de la vivienda). El toldo se extenderá (función de salida f_S = 1) siempre que haga calor en el interior (F = 0) y no se extenderá cuando haga frío dentro de la vivienda (F = 1), con las siguientes excepciones:

- Cuando ningún sensor esté activado, el toldo no se extenderá.
- Cuando sólo esté activado el sensor de viento, tampoco se extenderá.

Se solicita:

a) Obtener la tabla de verdad y la función lógica f_S que extiende el toldo, expresada en *MINTERMS* (suma de productos o primera forma canónica). (**1 punto**)

b) Simplificar la función de salida f_S mediante el método de Karnaugh. (**0.75 puntos**)

c) Implementar la función de salida f_S en un circuito electrónico de control con puertas lógicas NAND. (**0.75 puntos**)

SOLUCIÓN:

a) Obtener la tabla de verdad y la función lógica f_S que extiende el toldo, expresada en *MINTERMS* (suma de productos o primera forma canónica).

Se construye la tabla de verdad con el valor que debe tener la función lógica de control según el estado lógico de las cuatro señales que proporcionan los sensores (en la primera columna se indica el número en base 10 codificado por el estado binario de los 4 sensores L, V, S, F):

#	L	V	S	F	***fs***
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	0
6	0	1	1	0	1
7	0	1	1	1	0
8	1	0	0	0	1
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	0
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	0
14	1	1	1	0	1
15	1	1	1	1	0

La función lógica se construye con la suma de los estados cuya combinación de señales dan lugar a un 1 (el toldo se extiende):

$$f_s = \sum(2, 6, 8, 10, 12, 14)$$

Y cada combinación es el producto de todas las señales con valor 1 de cada estado (las que tienen valor 0 se niegan para que el producto de todas en cada estado que se suma sea 1), se obtiene así la función lógica de salida en *MINTERMS*, como suma de productos:

$$\boldsymbol{f_s = \overline{L} \cdot \overline{V} \cdot S \cdot \overline{F} + \overline{L} \cdot V \cdot S \cdot \overline{F} + L \cdot \overline{V} \cdot \overline{S} \cdot \overline{F} + L \cdot \overline{V} \cdot S \cdot \overline{F} + L \cdot V \cdot \overline{S} \cdot \overline{F} + L \cdot V \cdot S \cdot \overline{F}}$$

b) Simplificar la función de salida ***fs*** mediante el método de Karnaugh.

Con el método de Karnaugh se reagrupan las cuatro variables lógicas/señales en una tabla (de Karnaugh) de modo que de una celda a otra contigua de la tabla (en horizontal o vertical) solo cambie el valor de una de las señales de 0 a 1 o de 1 a 0. Al respecto, las celdas de la primera fila o de la primera columna son contiguas a las de la última fila o de la última columna respectivamente, pues solo cambia de valor una de las variables de una celda a otra "contigua".

El estado de las 4 señales (ahora agrupadas dos a dos) determina el valor que adquiere la función lógica de salida, y la simplificación de la función se obtiene agrupando las celdas contiguas que tengan el mismo valor 1 (el toldo se extiende) en grupos de 1, 2, 4, 8… 2^n celdas contiguas, aunque ya hayan sido asignadas a otros grupos (n es el número de variables lógicas del sistema), pues las variables que cambian de estado en una agrupación pueden desaparecer de la expresión final de la función de salida simplificada, que será el resultado de la suma de las agrupaciones realizadas en la tabla de Karnaugh.

		$\bar{L}\cdot\bar{V}$	$\bar{L}\cdot V$	$L\cdot V$	$L\cdot\bar{V}$
	fs	00	01	11	10
$\bar{S}\cdot\bar{F}$	00	0	0	1	1
$\bar{S}\cdot F$	01	0	0	0	0
$S\cdot F$	11	0	0	0	0
$S\cdot\bar{F}$	10	1	1	1	1

En el grupo azul las señales L y V cambian de 0 a 1 y la función de salida se mantiene en 1, luego su estado no influye en la función de salida y pueden desaparecer; en el grupo rojo son las señales V y S las que pueden cambiar de estado sin que afecten a la función de salida. Por lo tanto, son las señales que no cambian en cada grupo las que se pueden sumar para simplificar la función:

$$f_s = S\cdot\bar{F} + L\cdot\bar{F}$$

c) Implementar la función de salida f_S en un circuito electrónico de control con puertas lógicas NAND.

Para emplear puertas NAND en la implementación de la función de salida hay que transformar la suma (OR) que aparece en producto (AND), y para ello empleamos la propiedad booleana de que la doble negación es neutra, no cambia el valor lógico, y que la negación de la suma es el producto de los sumandos negados:

$$f_s = S\cdot\bar{F} + L\cdot\bar{F} = \overline{\overline{S\cdot\bar{F} + S\cdot\bar{F}}} = \overline{\overline{S\cdot\bar{F}}\cdot\overline{L\cdot\bar{F}}}$$

La implementación del circuito electrónico de control queda entonces:

