ACADEMIA La llibreta
www.academialallibreta.es
C/Botánico 9 Bajo 46008 Valencia

ESQUEMA MATRICES Y DETERMINANTES

MATRIZ INVERSA

- Conozco la matriz A:

  Si $|A| \neq 0 \rightarrow$ existe A^{-1} y se calcula $A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot adj\,(A^t)$

- **No conozco la matriz A**, pero me indican que cumple una relación del tipo $A^2 - 3A + 5I = 0$

  Se despeja la matriz I y se extrae A factor común. Como $AA^{-1} = I$, la matriz que multiplica a A es precisamente A^{-1}.

  $A^2 - 3A + 5I = 0 \rightarrow \quad A^2 - 3A = -5I \quad \rightarrow \quad \frac{A^2 - 3A}{-5} = I \quad \rightarrow \quad A\left(\frac{A - 3I}{-5}\right) = I$

  y por tanto $A^{-1} = \frac{A - 3I}{-5}$

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES MATRICIALES

Se pasan todos los términos con X a un lado de la ecuación, y los términos independientes al otro. Si hay más de un término con X, se extrae factor común, recordando que las matrices no cumplen la propiedad conmutativa, y por tanto se ha de respetar el orden. Como por definición $AA^{-1} = A^{-1}A = I$, se opera a AMBOS LADOS DE LA ECUACIÓN para despejar X:

$AX = B \rightarrow A^{-1}AX = A^{-1}B \rightarrow \mathbf{X = A^{-1}B}$

$XA = B \rightarrow XAA^{-1} = B\,A^{-1} \rightarrow \mathbf{X = BA^{-1}}$

$AX + B = C \rightarrow AX = C - B \rightarrow A^{-1}AX = A^{-1}(C - B) \rightarrow \mathbf{X = A^{-1}(C - B)}$

$AX - B = 2X \rightarrow AX - 2X = B \rightarrow (A-2I)X = B \rightarrow (A-2I)^{-1}(A-2I)\,X = (A-2I)^{-1}\,B \rightarrow \mathbf{X = (A-2I)^{-1}\,B}$

$XA - C + XB = 0 \rightarrow XA + XB = C \rightarrow X(A+B) = C \rightarrow X(A+B)(A+B)^{-1} = C\,(A+B)^{-1} \rightarrow \mathbf{X = C\,(A+B)^{-1}}$

$AXB = C \rightarrow A^{-1}AXBB^{-1} = A^{-1}CB^{-1} \rightarrow \mathbf{X = A^{-1}CB^{-1}}$

$AXB^{-1} = C \rightarrow A^{-1}AXB^{-1}B = A^{-1}CB \rightarrow \mathbf{X = A^{-1}CB}$

$XA - C + BX = 0 \rightarrow XA + BX = C \rightarrow X$ no puede extraer factor común, y por tanto no se puede utilizar este método.

ACADEMIA La llibreta
www.academialallibreta.es
C/Botánico 9 Bajo 46008 Valencia

PROPIEDADES DE LAS MATRICES

$(A \cdot B)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$

$(A \cdot B)^t = B^t \cdot A^t$

$(A+B)^2 = (A+B) \cdot (A+B)$ y no $\cancel{A^2 + B^2}$

Si una matriz se multiplica por un número, todos los elementos de la matriz quedan multiplicados por ese número.

PROPIEDADES DE LOS DETERMINANTES

$|A \cdot B| = |A| \cdot |B|$ pero $|A+B| \neq |A| + |B|$

$|n \cdot A| = n^{orden} \cdot |A|$

$|A^n| = |A|^n$

$|A|^{-1} = \frac{1}{|A|}$

$|A|^t = |A|$

Si un determinante se multiplica por un número, una fila o una columna queda multiplicada por ese número.

Si se cambian de lugar dos filas/columnas, el determinante cambia de signo.

Si una fila/columna es 0, o si dos filas/columnas son iguales o proporcionales, $|A| = 0$.