EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD
306 – MATEMÁTICAS II
PAU2025 - **EJEMPLO**

NOTA IMPORTANTE: Se debe responder a un **máximo de 4 cuestiones, una de cada apartado**, y no es necesario hacerlo en el mismo orden en que están enunciadas. Cada cuestión tiene una puntuación de 2,5 puntos. Si se responden las 2 cuestiones de un apartado, solo se corregirá la primera que aparezca en el cuadernillo de respuestas. Solo se podrán usar las tablas estadísticas que se adjuntan. No se podrán usar calculadoras gráficas ni programables.

APARTADO 1 (a elegir una cuestión):

1.A) **[2,5]** En los años 2022 y 2023, Carlitos Alcaraz ganó un total de 10 torneos de categorías Grand Slam, Masters 1000 y ATP 500, lo que le proporcionó un total de 10.000 puntos. El número de torneos ganados de categoría ATP 500 fue 1 más que la mitad de la suma del número de torneos ganados de las otras dos categorías.

En la siguiente tabla se detallan los puntos conseguidos por cada torneo ganado en cada una de las categorías:

Grand Slam = 2.000 puntos	Masters 1000 = 1.000 puntos	ATP 500 = 500 puntos

Con esta información, calcule el número de torneos de cada una de las tres categorías ganados por Carlitos en los años 2022 y 2023.

1.B) Se dice que una matriz cuadrada A de orden 2 es una matriz de Hadamard si está formada solo por 1's y -1's y cumple que $A \cdot A^t = 2I$, donde A^t denota la matriz traspuesta de A e I denota la matriz identidad de orden 2.

a) **[1]** Estudie si las siguientes matrices son de Hadamard o no:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

b) **[0,75]** Si A es una matriz de Hadamard genérica de orden 2, calcule razonadamente su determinante.

c) **[0,75]** Justifique que toda matriz A de Hadamard de orden 2 es regular (o invertible) y obtenga una expresión para su inversa en términos de A^t.

APARTADO 2 (a elegir una cuestión):

2.A) Calcule los siguientes límites:

a) **[1]** $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos(3x) - \cos(2x)}{x^2}$.

b) **[0,75]** $\lim\limits_{x\to +\infty} \sqrt{x+9} - \sqrt{x-9}$.

c) **[0,75]** $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$.

2.B) a) **[1,5]** Calcule la siguiente integral indefinida $\int x^2 \operatorname{sen} x \, dx$.

b) **[1]** Determine el área del recinto limitado por el eje OX, las rectas verticales $x = -\pi/2$ y $x = \pi/2$, y la gráfica de la función $f(x) = x^2 \operatorname{sen} x$.

El examen continúa por detrás

APARTADO 3 (a elegir una cuestión):

3.A) Considere el plano π de ecuación $x+y+z=-1$ y la recta r dada por $\frac{x}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z}{0}$.

a) **[1]** Compruebe que el plano π y la recta r son paralelos.

b) **[0,5]** Calcule la distancia de la recta r al plano π.

c) **[1]** Calcule la ecuación general (o implícita) del plano que contiene a la recta r y es perpendicular al plano π.

3.B) Considere las siguientes rectas:

$$r:\left\{\begin{array}{rcl} x+2y & = & 13 \\ z & = & 2 \end{array}\right. \quad \text{y} \quad s:\left\{\begin{array}{rcl} y+2z & = & 4 \\ -x+y & = & 3 \end{array}\right.$$

a) **[1]** Compruebe que ambas rectas se cruzan en el espacio.

b) **[0,5]** Compruebe que el punto $P(0,3,0)$ no está en ninguna de las dos rectas.

c) **[1]** Calcule la ecuación del plano (en cualquiera de sus formas) que contiene al punto P y es paralelo a ambas rectas.

APARTADO 4 (a elegir una cuestión):

4.A) El juego de los dados de Efron tiene 4 dados diferentes. Todos ellos son dados perfectos de 6 caras equiprobables, pero la numeración de sus 6 caras es diferente en cada uno, según se detalla en la siguiente tabla:

Dado A	0	0	4	4	4	4
Dado B	3	3	3	3	3	3
Dado C	2	2	2	2	6	6
Dado D	1	1	1	5	5	5

Ana elige el dado A, Bea elige el dado B, Ceci elige el dado C y Delia elige el dado D. El juego consiste en que cada jugador lanza su dado, gana aquel que saque la mayor puntuación y pierde aquel que saque la menor puntuación. Pueden jugar uno contra uno o todos contra todos. Calcule:

a) **[0,5]** Si Ana juega contra Bea, ¿cuál es la probabilidad de que gane Ana?

b) **[0,75]** Si Ana juega contra Bea 8 veces, ¿cuál es la probabilidad de que Bea gane al menos 3 veces?

c) **[0,5]** Si Ana juega contra Ceci, ¿cuál es la probabilidad de que gane Ceci?

d) **[0,75]** Si juegan todos contra todos, ¿cuál es la probabilidad de que Ana ni gane ni pierda?

4.B) Trabaje con 4 cifras decimales para las probabilidades y con 2 para los porcentajes.

El cociente intelectual (CI) de los estudiantes de Bachillerato de la Región de Murcia sigue una distribución normal de media μ y desviación típica σ desconocidas. Se sabe que el 6,68 % de estos estudiantes tiene un CI mayor que 115 y que el 59,87 % tiene un CI menor que 102,5.

a) **[0,5]** ¿Cuál es el porcentaje de estudiantes con CI entre 102,5 y 115?

b) **[1]** Si se eligen al azar 6 estudiantes, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 5 de ellos tengan un CI menor que 115?

c) **[1]** Calcule la media y la desviación típica de esta distribución.