

TEMA 3: POLÍGONOS

1) ¿Qué es un polígono?

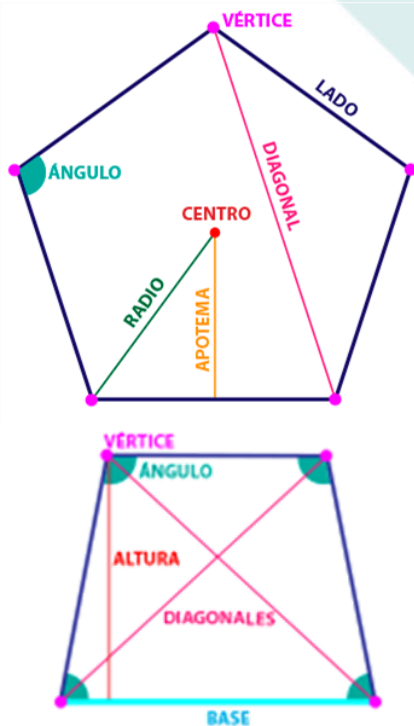
Un polígono es una figura cerrada y plana limitada por un mínimo de tres segmentos rectilíneos, formando una línea poligonal que denominamos contorno del polígono.



Los polígonos con los lados y ángulos iguales se llaman **regulares** y pueden inscribirse o circunscribirse en una circunferencia.

1.1 PARTES DE UN POLÍGONO.....

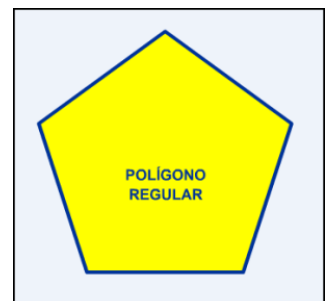
Vamos a conocer ahora las diferentes partes que forman un polígono.




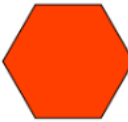





- **Lados:** cada uno de los segmentos que configuran la forma poligonal.
- **Vértices:** son los puntos donde se unen los lados, las esquinas.
- **Ángulos:** son las regiones del plano que delimitan dos lados.
- **Diagonal:** es la recta que une dos vértices no consecutivos.
- **Centro:** es el punto desde el que todos los ángulos y lados están a la misma distancia.
- **Radio:** es el segmento que une el centro del polígono con cualquiera de sus vértices. En los polígonos regulares, es igual al radio de la circunferencia que los circunscribe. El doble del radio se llama **diámetro**.
- **Apotema:** es el segmento que une el centro del polígono con el centro de cualquiera de sus lados. Forma un ángulo perpendicular con cada lado.
- **Base:** Es el lado inferior de un polígono. Normalmente es el lado donde se «apoya» la figura.

2) Clasificación de polígonos según sus lados y sus ángulos

- **Polígonos regulares:** es cuando un polígono tiene todos sus lados y ángulos iguales.
- **Polígonos irregulares:** es cuando en un polígono hay uno o más lados y/o ángulos que no son iguales.

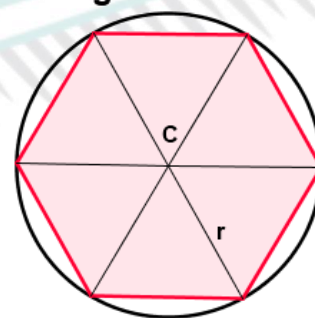


POLÍGONOS			
Convexos (ángulos interiores inferiores a 180°)	Regulares (ángulos y lados iguales) Irregulares (ángulos y lados desiguales)	Triángulos (tres lados)	
		Cuadriláteros (cuatro lados)	
		Pentágonos (cinco lados)	
		Hexágonos (seis lados)	
		Otros (se denominan según el número de lados)	
Cóncavos (mínimo un ángulo interior superior a 180°)	Equiláteros (lados iguales)	Polígonos estrellados	
	No equiláteros (lados desiguales)		

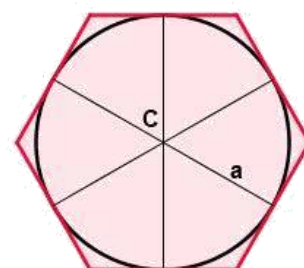
2.1 POLÍGONOS INSCRITOS Y CIRCUNSCRITOS.....

- POLÍGONOS INSCRITOS.** Los polígonos inscritos en una circunferencia son aquellos que tiene sus vértices sobre la circunferencia. Según esto, los **lados** del polígono se encuentran **dentro de la circunferencia**.
- POLÍGONOS CIRCUNSCRITOS.** En este caso, los **lados** del polígono quedan **por fuera de la circunferencia**. El radio de la circunferencia se convierte en la apotema del polígono. Los lados del polígono son tangentes a una circunferencia.

Polígono inscrito






Polígono circunscrito






2.2 TRIÁNGULOS

Triángulo es el nombre que se le da a una figura de tres lados. La suma de los tres ángulos debe ser de 180° .

– Según sus lados, podemos clasificar los triángulos como sigue:

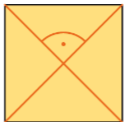

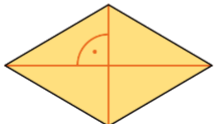

EQUILÁTERO	ISÓSCELES	ESCALENO
Con los tres lados y los tres ángulos iguales. Es el triángulo regular.	Con dos lados iguales y uno desigual.	Con los tres lados diferentes.
		



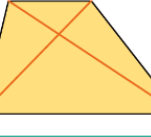
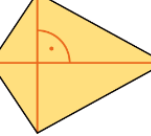
– Según sus ángulos, podemos clasificar los triángulos del siguiente modo:

ACUTÁNGULO	RECTÁNGULO	OBTUSÁNGULO
Los tres ángulos son agudos.	Tiene un ángulo recto. Los lados que lo forman son los catetos y el opuesto es la hipotenusa .	Uno de sus ángulos es obtuso.
		

2.3 CUADRILÁTEROS

Cuadrilátero es el nombre que recibe cualquier polígono de cuatro lados. La suma de los cuatro ángulos debe ser inferior a 360° .

	Descripción	Nombre	Figura	Lados	Ángulos	Diagonales
PARALELOGRAMOS	Lados paralelos dos a dos	Cuadrado		Iguales	Todos de 90°	Iguales y perpendiculares
		Rectángulo		Iguales dos a dos	Todos de 90°	Iguales y oblicuas
		Rombo		Iguales	Iguales dos a dos	Diferentes y perpendiculares
		Romboide		Iguales dos a dos	Iguales dos a dos	Diferentes y oblicuas

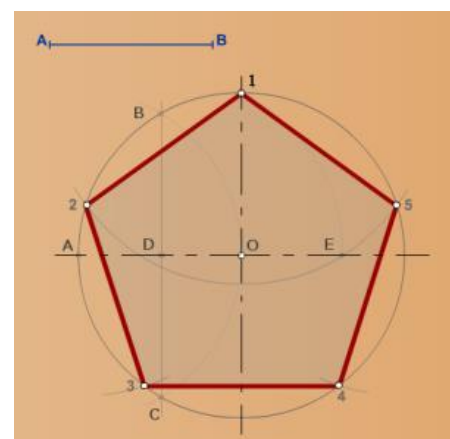
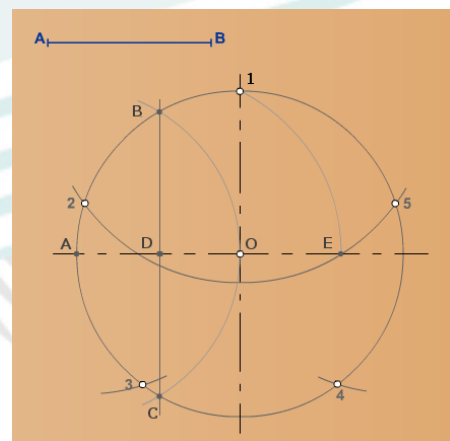
TRAPECIOS	Dos lados paralelos, que denominamos bases	Isósceles		Iguales los no paralelos	Iguales dos a dos	Iguales y oblicuas
		Rectángulo		Todos diferentes	Dos de 90°	Diferentes y oblicuas
		Escaleno		Todos diferentes	Todos diferentes	Diferentes y oblicuas
TRAPEZOIDES	Ningún lado paralelo	Biisósceles		Iguales dos a dos	Dos iguales	Diferentes y perpendiculares

3) Construcción de polígonos

3.1 PENTÁGONO INSCRITO.....

- Tomamos la distancia de un **segmento AB** cualquiera y trazamos una circunferencia. Trazamos los dos ejes que cortan a la circunferencia.
- Desde un punto cualquiera que corte en el eje x, por ejemplo, el **punto A**, se traza un arco con distancia OA hasta cortar la circunferencia, obteniendo los **puntos B y C**.
- Uniendo los puntos B y C, obtenemos el **punto D** (punto que corta en el eje x).
- Con centro en **D** y radio **D1** (vértice superior), se traza un arco hasta cortar al eje x, obteniendo el **punto E**.
- Desde el **punto 1**, se traza un arco con un radio de **1E** hasta cortar con la circunferencia. Se obtienen los **puntos 2 y 5**.
- Desde el **punto 2** y desde el **punto 5**, se trazan arcos (con el mismo radio) para obtener los **puntos 3 y 4**.

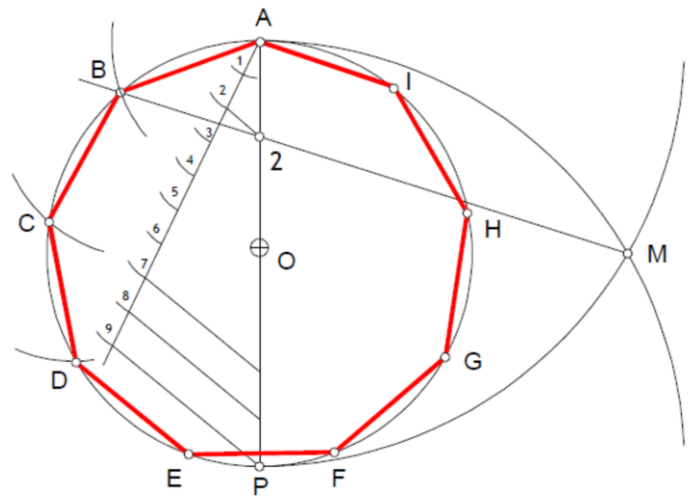
- Se unen todos los puntos y se obtiene el **pentágono inscrito** en la circunferencia de radio **AB**.



3.2 MÉTODO GENERAL.....

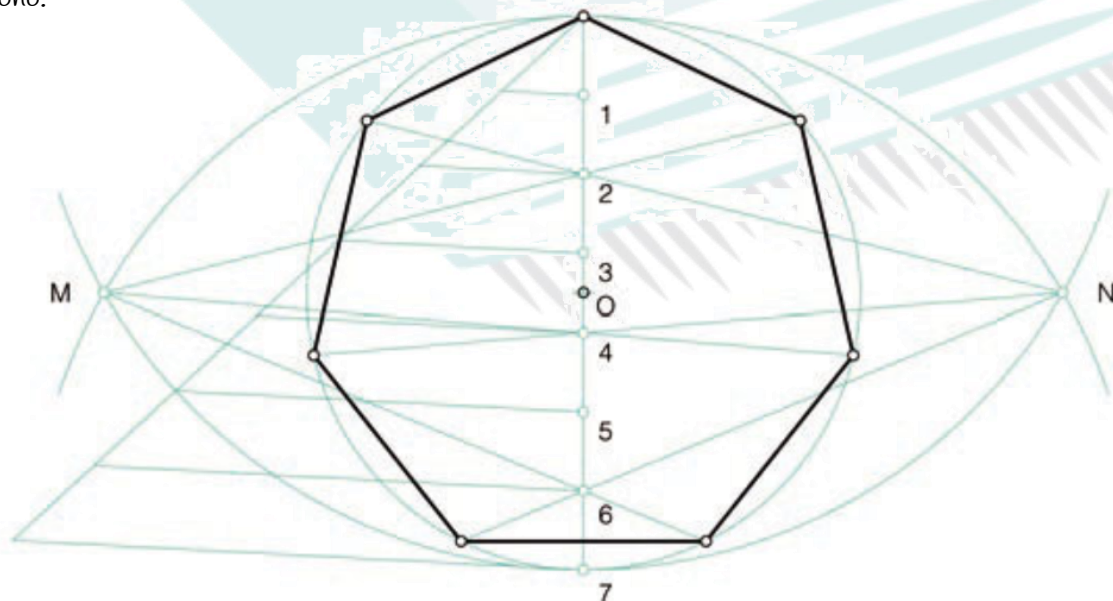
CONOCIENDO EL RADIO.

1. Dibuja una circunferencia del radio conocido y traza el diámetro vertical (ojo, que pase por el centro O).
2. Divídelo por el teorema de Thales en tantas partes como lados deba de tener el polígono que queremos construir, en nuestro ejemplo 9.
3. Desde A (extremo superior) se dibuja un arco de radio AP (el diámetro). Desde el otro extremo P se realiza otro arco igual que el primero.
4. Donde se cortan los dos arcos a la derecha será el punto M . Al otro lado, será N (o viceversa).
5. Unir mediante una recta el punto M y el punto 2 de la división de la circunferencia. Ojo, no confundir el 2 del diámetro con el nº 2 de la división del teorema de Thales.
6. La prolongación de esta recta, $M2$, cortará a la circunferencia en el punto B primera división de la circunferencia. La recta AB será el lado del eneágono.



7. Ir colocando la medida AB consecutivamente desde A .

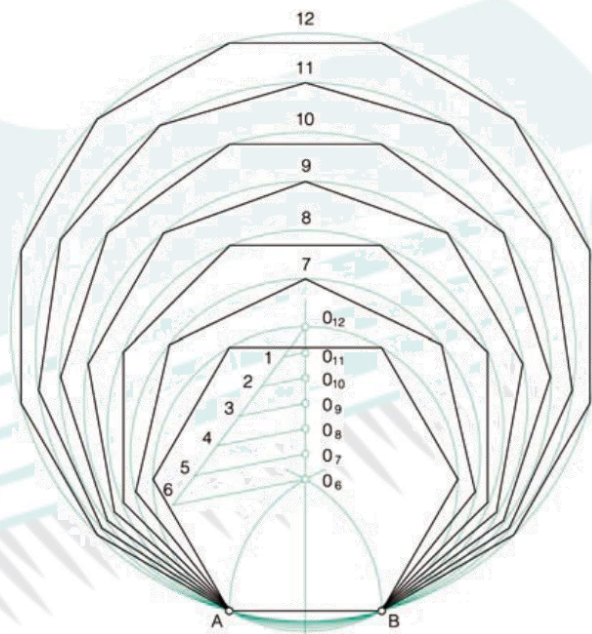
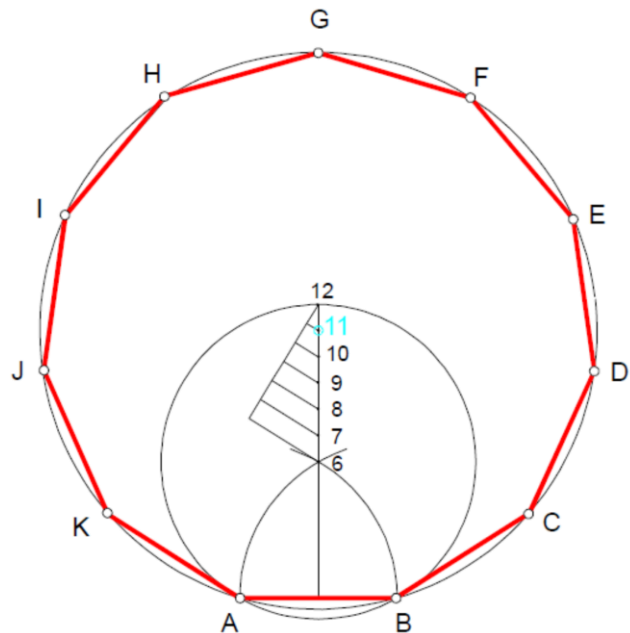
También podemos sacar el resto de lados, trazando rectas $M2, M4, M6$ y $M8$, así como $N2, N4, N6$ y $N8$.



CONOCIENDO EL LADO.

En nuestro ejemplo, vamos a realizar un polígono de 11 lados.

1. Poner el lado AB conocido en una recta, en la parte inferior de la hoja donde vamos a dibujar.
2. Dibujar un arco desde A con radio AB, y lo mismo desde B con radio AB. Donde se cortan los dos arcos será el centro de la circunferencia de 6 lados.
3. Dibujamos el diámetro de dicha circunferencia en una recta vertical.
4. Con el mismo radio AB y centro en G, trazamos otra circunferencia que corte con la vertical, obteniendo el punto 12.
5. Dividimos el segmento que va de 6 a 12 en seis partes iguales con Thales.
6. Cada una de las partes en que se divide será un centro de una circunferencia del número señalado en el que caben tantos lados AB como divisiones marcadas (por ejemplo, la división 7 será el polígono de siete lados AB).
7. Nosotros cogemos el punto 11. Con el compás en 11 hasta el punto A (o punto B), dibujamos una circunferencia.
8. Ponemos en la circunferencia dibujada 11 veces el lado AB.
9. Repasar siempre la figura un poco más oscura o con un color con el lápiz bien afilado.



3.3 CONSTRUCCIONES PARTICULARES...

a) Pentágono regular conociendo el lado

PASOS:

- 1) Se traza la mediatriz del lado AB para determinar su punto medio M.
- 2) A partir de un extremo, p.ej. el B, se traza una perpendicular y se lleva el lado AB.
- 3) Con centro en M y radio MN, se traza un arco.

- 4) Con radio AO se trazan arcos desde A y B . Se obtiene D .
- 5) Desde D , se traza un arco de radio AB . Se obtiene E y C .
- 6) Se unen los puntos A, B, C, D y E . Se obtiene el pentágono.

b) Hexágono regular conociendo el lado

PASOS:

- 1) Desde un punto cualquiera de una recta r , se traza una circunferencia de radio AB .
- 2) Desde los puntos A y D se trazan arcos con el radio AB .
- 3) Se unen los puntos A, B, C, D, E y F obteniendo el hexágono regular.

c) Heptágono regular conociendo el lado

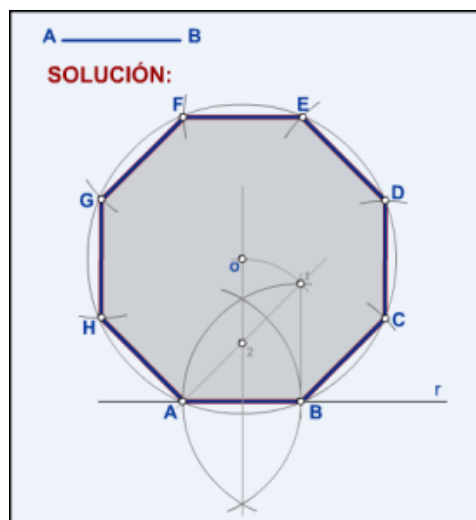
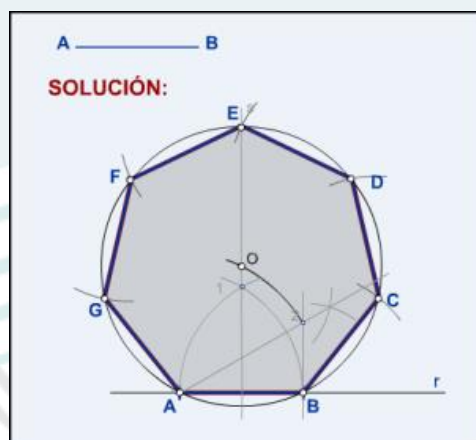
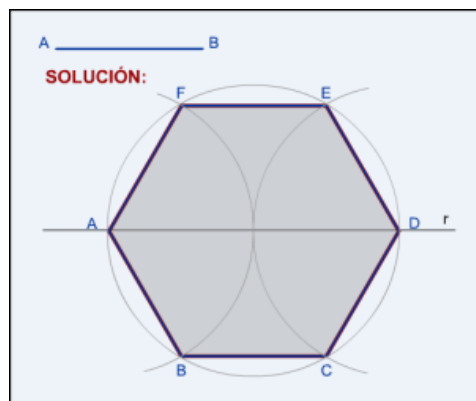
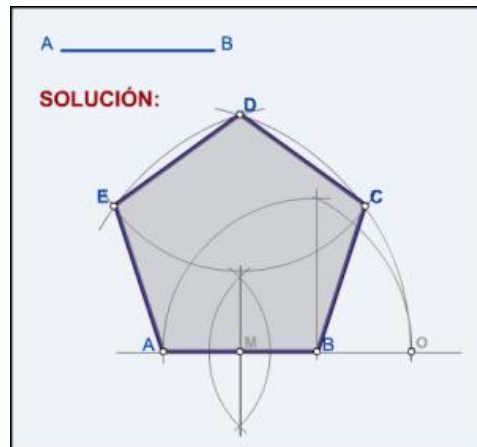
PASOS:

- 1) Sobre una recta r cualquiera se coloca la base AB .
- 2) Con el radio AB se traza un arco desde A y otro desde B .
- 3) Por A y por B se trazan dos perpendiculares a r .
- 4) Se traza la bisectriz del ángulo $\sphericalangle AB$. Corta a la perpendicular en 2 .
- 5) Con el radio $A2$ se traza un arco hasta cortar a la perpendicular s .
- 6) Desde O , con un radio AO , se traza una circunferencia. A partir de B se lleva 7 veces el lado AB .
- 7) Se unen todos los puntos y se obtiene el heptágono.

d) Octógono regular conociendo el lado

PASOS:

- 1) Sobre una recta r cualquiera se coloca el lado AB y se traza su mediatriz.
- 2) En el punto B , se traza una perpendicular y se coloca el lado AB .
- 3) Se une el punto A con 1 . Corta a la mediatriz en 2 .

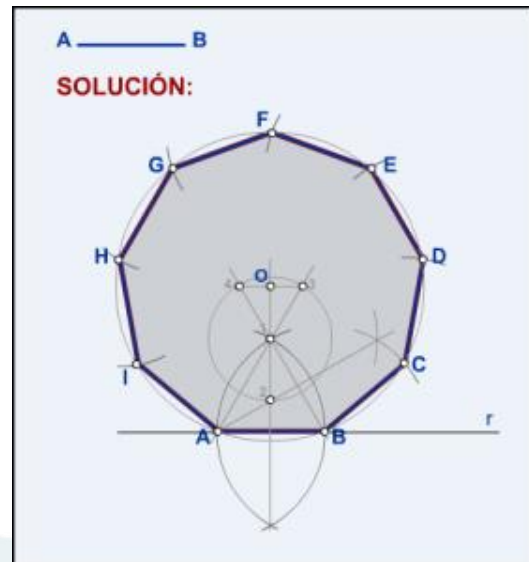


- 4) Haciendo centro en 2 y con radio 2-2, se traza un arco. Se obtiene O.
- 5) Haciendo centro en O, y radio OA, se traza la circunferencia. Se ésta, se lleva el lado 8 veces.
- 6) Se unen todos los puntos y se obtiene el octógono.

e) Eneágono regular conociendo el lado

PASOS:

- 1) Sobre una recta r cualquiera se coloca el lado AB y se traza su mediatriz utilizando el lado.
- 2) Se traza la bisectriz del ángulo A. Corta a la mediatriz en el punto 2.
- 3) Se trazan dos rectas que salen de A y B, y pasan por el punto 1.
- 4) Con centro en 1 y radio 1-2, se traza un arco. Se obtiene 3 y 4.
- 5) Se unen 3 y 4, y se obtiene O, centro de la circunferencia donde se sitúa el eneágono.
- 6) Se lleva el lado 9 veces sobre la circunferencia y se unen los puntos.

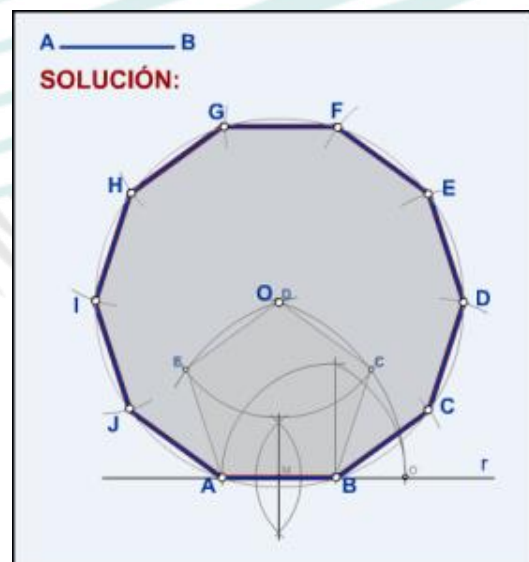


Información e imágenes extraídas de: ibiguri.wordpress.com

f) Decágono regular conociendo el lado

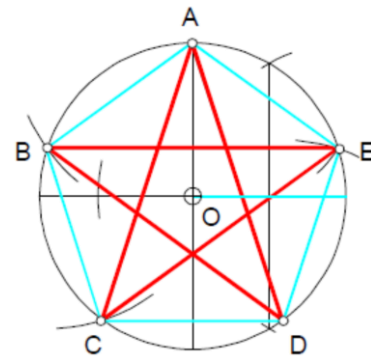
PASOS:

- 1) Sobre una recta r cualquiera se realizan las operaciones para construir un pentágono.
- 2) El vértice superior del pentágono (O) es el centro de la circunferencia donde se sitúa el decágono.
- 3) Sobre la circunferencia se lleva 10 veces el lado.
- 4) Se unen todos los puntos y se obtiene el decágono.



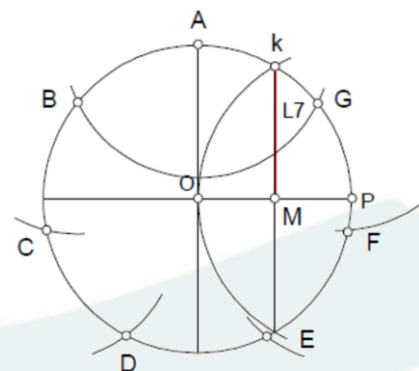
3.4 DIBUJAR UN POLÍGONO ESTRELLADO

Para construir un pentágono estrellado de cinco puntas hay que construir el pentágono regular como ya hemos aprendido, dependiendo ello de si nos dan el radio o el lado. Después hay que unir los vértices de dos en dos, por ejemplo, A con C, C con E, E con B, y así continuamente hasta que se cierra el polígono (hasta que se lleva a A al final).

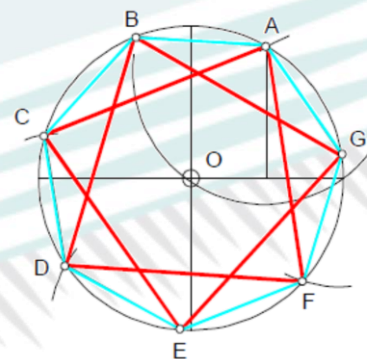


Veamos un **ejemplo** paso a paso con un heptágono estrellado.

Para construir un polígono estrellado de siete puntas, hay que dibujar primero el heptágono regular que ya hemos visto cómo se construye a partir de su lado (radio).



1. Se dibuja la circunferencia con el radio dado.
2. Se dibuja dos diámetros perpendiculares.
3. Se dibuja la mediatriz del radio OP.
4. El lado del heptágono será KM.
5. Se coge la medida de KM y se pone 7 veces desde A.



Para construir un polígono estrellado de siete puntas, unir los vértices de dos en dos (en rojo), o si se prefiere de tres en tres (polígono verde) puesto que este polígono tiene dos estrellados.

