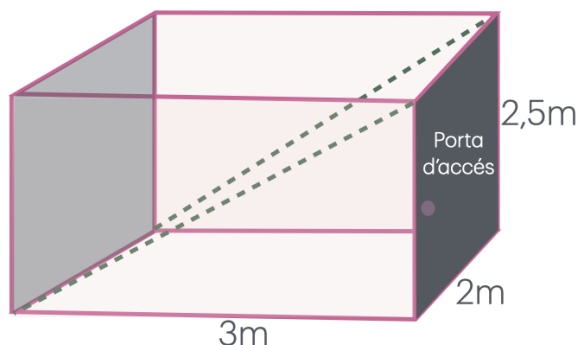


La prova consta de quatre parts: la primera no té diferents opcions, i les altres tres tenen dos possibles problemes, a contestar-ne un. En cas de contestar dos problemes d'una mateixa part, només s'avaluarà el primer.

Justifiqui les respostes usant llenguatge matemàtic i/o no matemàtic, segons correspongui. Es permet utilitzar calculadora científica bàsica, però NO es permet l'ús de calculadores gràfiques ni programables, ni de dispositius que puguin transmetre o emmagatzemar informació. Es poden usar regles i bolígrafs de colors (excepte vermell i verd).

Part A. Contestau l'únic problema d'aquesta part (total 2.5 pt).

Problema A1. — Una empresa de transport marítim ha dissenyat un nou contenidor metàl·lic en forma de prisma rectangular tal com es mostra a la figura. El contenidor dissenyat té una base de dimensions 3 metres per 2 metres i una alçada de 2.5 metres. A l'interior del contenidor es col·loquen un total de dues bigues per reforçar l'estructura, les quals es col·loquen sobre la diagonal de cada una de les cares de dimensió 3×2.5 metres, tal com es mostra a la figura (segments discontinus).



- [1 punt] Escull un vèrtex del prisma regular i sobre ell determina un sistema de referència cartesià, el qual tindrà com a origen aquest vèrtex. Indica, amb aquest sistema de referència, quines són les coordenades de cadascun dels diferents vèrtexs del prisma rectangular.
- [1 punt] Calcula la longitud de les dues bigues i calcula l'equació del pla que les conté. Justifica el procés.
- [0.5 punts] Una de les dues cares de dimensió 2×2.5 metres constitueix la porta del contenidor tal com es mostra a la figura. Podríem introduir-hi una làmina de ferro quadrada molt fina de dimensions 2.75×2.75 metres?

Part B. Escolliu només un problema d'aquesta part (total 2.5 pt).

Problema B1. — Donat el sistema

$$\begin{cases} kx + y = 1, \\ ky + z = 0, \\ 3x - y - z = 0, \end{cases}$$

on k és un nombre real qualsevol.

- (a) [1.5 punts] Discuteix, segons el paràmetre k , el nombre de solucions que té el sistema.
- (b) [1 punt] Resol el sistema quan sigui possible.

Problema B2. — Estàs gestionant una parada de menjar i begudes en un partit de bàsquet. Vens frànkfurts, hamburgueses i refrescs. Cada frànkfurt costa 3.50€, cada hamburguesa costa 4€ i cada refresc costa 1.50€. Al final de la nit, ens demanen reportar quants frànkfurts, hamburgueses i refrescs s'han venut.

- (a) [1 punt] Ho podries reportar sabent que has fet un total de 328€ i has venut 132 articles entre frànkfurts, hamburgueses i refrescs? Justifica la resposta.
- (b) [1.5 punts] Si, a més, sabem que s'han venut 20 hamburgueses. Quants frànkfurts i quants refrescs s'han venut?

Part C. Escolliu només un problema d'aquesta part (total 2.5 pt).

Problema C1. — Donada la corba $y(x) = x^2 - 4$.

- (a) [1 punt] Calcula la recta tangent, r , a la corba y pel punt $(2, 0)$.
- (b) [1.5 punts] Calcula l'àrea de la regió compresa entre la corba y , l'eix OY i la recta r .

Problema C2. — La concentració (en %) d'hidrogen d'un cert compost químic ve donada, en funció del temps ($t \geq 0$), per la funció

$$H(t) = \frac{20}{1 + e^{-t}},$$

on el temps està mesurat en segons.

- (a) [0.5 punts] Quina és la concentració inicial?
- (b) [1 punt] Comprova que la concentració d'hidrogen és sempre creixent.
- (c) [1 punt] Calcula cap a quin valor tendeix la concentració a mesura que passa el temps.

Part D. Escolliu només un problema d'aquesta part (total 2.5 pt).

Problema D1. — Una empresa de construcció de drons ha fet un estudi sobre la vida mitjana dels seus productes. S'ha detectat que el 45% dels seus productes s'espenyen abans dels 5 anys. D'entre aquests objectes espenyats, el 40% han sofert un mal ús per part dels usuaris, mentre que, dels productes no espenyats, se sap que el 55% també sofriren un mal ús per part dels usuaris.

- (a) **[0.75 punts]** Si se selecciona aleatòriament un dels productes de l'estudi, quina és la probabilitat d'obtenir un producte que no s'hagués espenyat abans dels 5 anys?
- (b) **[0.75 punts]** Si se selecciona aleatòriament un dels productes no espenyats abans dels 5 anys, quina és la probabilitat que se n'hagi fet un bon ús?
- (c) **[1 punt]** Si se selecciona aleatòriament un producte de l'estudi i se sap que aquest va sofrir un mal ús per part de l'usuari, quina és la probabilitat que no estigués espenyat abans dels 5 anys?

Problema D2. — Siguin A i B dos esdeveniments d'un experiment aleatori. Siguin A' i B' els esdeveniments complementaris de A i B , respectivament, i sigui $A - B$ el conjunt d'esdeveniments elementals de A que no són de B .

Donades les probabilitats $P(A) = 0.75$, $P(B') = 0.45$ i $P(A - B) = 0.3$, calcula:

- (a) **[0.75 punts]** $P(A \cap B)$.
- (b) **[0.75 punts]** $P(B - A)$.
- (c) **[1 punt]** $P(A' \cap B')$.