

Instrucciones:

- Debe responder sólo una pregunta de cada bloque de contenido. En caso de presentar dos preguntas de un mismo bloque, se considerará sólo la primera pregunta respondida.
- En el desarrollo de cada pregunta, detalle y explique los procedimientos empleados para solucionarla. Se califica todo el proceso.
- Se puede utilizar cualquier calculadora científica, no programable ni con conexión a internet

Bloque 1.- Análisis (La colonia de hormigas)

1. El modelo logístico es un modelo matemático utilizado para describir la evolución de una población a lo largo del tiempo, cuando los recursos son limitados. Es uno de los modelos matemáticos más comunes en biología y describe cómo la población se estabiliza cuando alcanza la capacidad de carga del entorno, esto es, el tamaño máximo que puede alcanzar una población antes de que los recursos se vuelvan insuficientes, lo que genera competencia y, en muchos casos, una desaceleración de la tasa de crecimiento o una crisis en la población.

Un ejemplo de modelo logístico lo encontramos en las colonias de hormigas, que están compuestas por una red de túneles, entradas, cámaras de cría y áreas de almacenamiento, donde las hormigas establecen su hábitat.

Un grupo de investigadores ha estudiado el momento en el que unas hormigas forman una nueva colonia y ha modelizado el número de hormigas ($H(t)$) después de t meses con la función:

$$H(t) = \frac{6400}{1 + 159 e^{-0.5t}}$$

- 0.25 a) ¿Cuántas hormigas formaron la nueva colonia inicialmente?
- 0.75 b) ¿Cuál es la tasa media de crecimiento el primer año? ¿Y el segundo año? Interpretar el resultado.
- 0.75 c) Un observador afirma que el modelo siempre es creciente y entiende que la población de hormigas crece sin control. Justificar matemáticamente si esta afirmación es o no correcta.
- 0.75 d) ¿En qué momento la colonia de hormigas alcanzará la mitad de su capacidad de carga?

Bloque 2.- Álgebra (seleccione solo una pregunta)

- 2.5 **2A.** En la fabricación de piensos para peces en granjas acuícolas, es necesario equilibrar la cantidad de proteína, grasa y carbohidratos. Una empresa dedicada a los piensos para peces utiliza tres tipos principales de materias primas, las cuales proporcionan diferentes cantidades de proteína, grasa y carbohidratos. Las materias primas son: subproductos vegetales que contienen un 20% de proteína, un 10% de grasa y un 10% de carbohidratos; harinas que aportan un 40% de proteínas, un 20% de grasa y un 30% de carbohidratos; y subproductos cárnicos que aportan un 60%, 10% y 30% respectivamente.

Esta empresa productora está preparando 1000 kg de pienso que han de contener un 36% de proteína, un 12% de grasa y un 20% de carbohidratos. ¿Qué cantidad de cada materia prima se ha de utilizar para obtener el pienso con las características indicadas?

2B. Resolver el siguiente sistema de ecuaciones matriciales:

$$\begin{matrix} 2.5 & 4X - 5Y = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -9 & -4 & -6 \\ 17 & 3 & 13 \end{pmatrix} \\ & 6X + 4Y = \begin{pmatrix} 10 & 4 & -10 \\ 12 & 10 & 22 \end{pmatrix} \end{matrix} \Bigg\}$$

Bloque 3.- Geometría (seleccione solo una pregunta)

3A. En el espacio tridimensional, se considera la recta y plano siguientes:

$$r: \begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x - y + z = 10 \end{cases} \quad \pi: x - y + 2z - 5 = 0$$

- 1.5 a) Comprobar que el plano π y la recta r se cortan. Dar la ecuación de la recta s , contenida en el plano π , que corta perpendicularmente a r .
- 1 b) Hallar el ángulo que forman la recta r y el plano π .

3B. En el espacio tridimensional, se tienen las siguientes rectas:

$$r: \begin{cases} x + y - 2z = 3 \\ 2x + y - 6z = 2 \end{cases} \quad s: x - 1 = \frac{y}{3} = \frac{z + 1}{2}$$

- 1.5 a) Comprobar que r y s son coplanarias.
- 1 b) Hallar la ecuación del plano que las contiene.

Bloque 4.- Probabilidad (seleccione solo una pregunta)

4A. Se está desarrollando una prueba para detectar una enfermedad rara que afecta al 1% de la población adulta. Se sabe que, la sensibilidad de la prueba (dar positivo cuando la persona está enferma) es del 95%, y la especificidad de la prueba (dar negativo cuando la persona está sana) es del 98%. Se selecciona al azar un individuo de la población:

- 1.5 a) Si se somete a la prueba de diagnóstico, calcular la probabilidad de que esté realmente enfermo cuando la prueba da positivo.
- 1 b) Si una población de 35000 individuos se somete a la prueba, ¿podríamos afirmar que se espera que habrá más de 50 personas que estarán enfermas, aún cuando han obtenido un resultado negativo en el test?

4B. El Instituto Canario de Estadística (ISTAC) se ha encargado de realizar un estudio multidisciplinar para optimizar la planificación de plazas en residencias universitarias de estudiantes de nuevo ingreso en las dos universidades públicas canarias (ULL y ULPGC).

Para ello, se ha llevado a cabo una encuesta a 1800 estudiantes de nuevo ingreso que provienen de islas no capitalinas, de los que el 27% de estos estudiantes solicitan plaza en una residencia universitaria.

- 1.75 a) Comprobar si hay más de un 90% de posibilidades de recibir entre 460 y 510 solicitudes de plaza en una residencia de estudiantes de nuevo ingreso que provienen de islas diferentes a Tenerife y Gran Canaria.
- 0.75 b) A partir de 525 solicitudes de alojamiento de estos estudiantes, las universidades deberían acometer la construcción de nuevas residencias universitarias. ¿Qué probabilidad hay de que deban adoptar esta medida?

