PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

PAU

CURSO 2024–2025

MATERIA: MATEMÁTICAS II	(1)
Convocatoria:	

Instrucciones:

- Debe responder sólo una pregunta de cada bloque de contenido. En caso de presentar dos preguntas de un mismo bloque, se considerará sólo la primera pregunta respondida.
- En el desarrollo de cada pregunta, detalle y explique los procedimientos empleados para solucionarla. Se califica todo el proceso.
- Se puede utilizar cualquier calculadora científica, no programable ni con conexión a internet

Bloque 1.- Análisis (Metabolix)

1. En un hospital de las Islas Canarias, un equipo de investigación está analizando cómo se metaboliza en sangre un nuevo medicamento llamado Metabolix, utilizado para tratar infecciones bacterianas. La concentración residual del fármaco en el plasma sanguíneo, denotada como $f(x)$ (medida en miligramos por litro, mg/L), depende del tiempo transcurrido x (en horas) desde su administración. El estudio indica que el medicamento sigue dos fases diferenciadas:

- Fase de absorción: En las primeras dos horas, el fármaco se distribuye por el organismo.
- Fase de eliminación: A partir de la segunda hora, el fármaco empieza a eliminarse.

Este comportamiento se modeliza mediante la siguiente función matemática:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 6x + 11 & si \quad 0 \le x < 2 \\ \dfrac{9}{\sqrt{5x-1}} & si \quad x \ge 2 \end{cases}$$

El equipo de investigación necesita aclarar algunas dudas del modelo matemático:

0.5 a) Confirmar si este modelo es realmente continuo. Justifica tu respuesta.

0.75 b) La concentración residual varía con el tiempo, comprobar que la velocidad de crecimiento instantánea de la concentración residual a las 3 horas de administrar Metabolix es mayor que $-0.5\ (mg/L)/h$.

0.75 c) ¿Es cierto que la concentración residual del fármaco en la sangre siempre va disminuyendo con respecto al tiempo transcurrido? Averiguar en qué instante la concentración residual es máxima y calcular el valor de dicha concentración.

0.5 d) Pasado un largo periodo de tiempo, ¿cuál será la concentración residual de este medicamento?

Bloque 2.- Álgebra (seleccione solo una pregunta)

2A. Dada la matriz $M \in M_{2x2}$, $M = \begin{pmatrix} 1 & a-3 \\ -1 & 2-a \end{pmatrix}$, con $a \in \mathbb{R}$.

1 a) Para cualquier valor del parámetro a: comprobar que M es invertible y dar la expresión de M^{-1}.

1.5 b) Para $a = -1$, calcula el valor de la matriz X que satisface la ecuación $MA = B - MX$, siendo:

$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

2B. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 5 & -4 & 2 \\ 2 & k & 1 \\ -4 & 4 & k \end{pmatrix}$, con $k \in \mathbb{R}$.

1.25 a) Estudiar el rango de A según los valores del parámetro k.

1.25 b) Para $k = -1$, comprobar que $A^2 = 2A - I$, donde I denota la matriz identidad de orden 3. Además, utilizando la igualdad anterior verifica, sin calcular la potencia, que $A^4 = 4A - 3I$.

Bloque 3.- Geometría (seleccione solo una pregunta)

3A. En el espacio tridimensional, dados el punto P y las rectas r_1 y r_2 siguientes:

$$P(2,-1,1); \quad r_1 : \begin{cases} 4x + 3y - 3z = 2 \\ 2x - 3y - 6z = 1 \end{cases}; \quad r_2 : \frac{x+3}{2} = 2 - y = \frac{z+4}{3}$$

0.25 a) Comprobar que $P \in r_1$ y que $P \notin r_2$

1 b) Hallar la distancia entre el punto P y el punto de intersección de las rectas r_1 y r_2

1.25 c) Hallar el ángulo con el que se cortan las rectas r_1 y r_2

3B. En el espacio tridimensional se consideran los siguientes elementos geométricos:

$$A(1,0,2); \quad \pi : -x + 2y + z + 1 = 0\,; \quad r : \begin{cases} 4x - 7y + 2z = 7 \\ y - 2z + 5 = 0 \end{cases}$$

1 a) Hallar la posición relativa del plano π y la recta r.

1.5 b) Hallar el punto simétrico de A con respecto del plano π.

Bloque 4.- Probabilidad (seleccione solo una pregunta)

4A. En una feria, un participante tiene la oportunidad de ganar premios eligiendo entre tres cajas sorpresa: una con premio y dos vacías**.** Hay una regla especial si se selecciona una caja vacía:

En caso de elegir una caja sin premio, se debe extraer una bola al azar de una urna compuesta por 2 bolas verdes y 3 negras, de idéntica forma y tamaño. Si se elige la bola negra, finaliza la jugada sin premio. Si se elige la bola verde, tendrá la oportunidad de elegir una nueva caja, de las dos cajas no seleccionadas anteriormente, y acabaría la jugada.

Responder a las siguientes cuestiones:

0.5 a) Dibujar un diagrama de árbol que refleje todos los posibles casos de este juego.

1 b) Calcular la probabilidad de obtener premio en este juego.

1 c) Si el participante ha obtenido premio, ¿cuál es la probabilidad de que haya elegido una bola verde en la urna?

4B. La temperatura diurna en el Parque Nacional de las Cañadas del Teide durante el mes de agosto sigue una distribución normal. La temperatura media durante el día es de 22ºC con desviación típica de 5ºC. Además, se sabe que, las condiciones ideales para realizar senderismo es cuando la temperatura diurna se sitúa entre 18ºC y 25ºC. Si se superan los 30ºC, los excursionistas tendrían un riesgo elevado de insolación. Mientras que, si la temperatura se sitúa por debajo de los 15ºC, existe riesgo de cambios meteorológicos bruscos previstos para ese día.

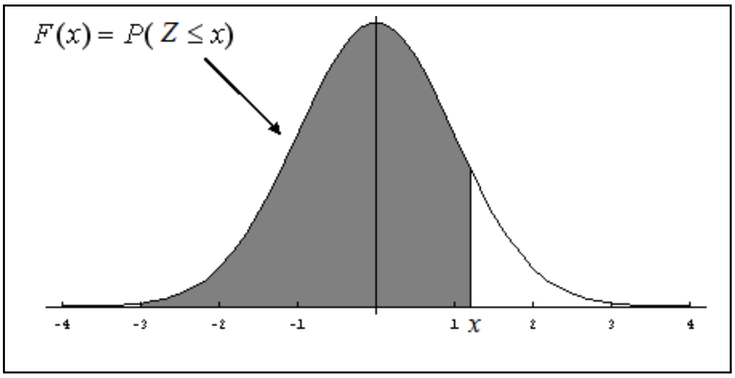
Se está elaborando una guía informativa para los servicios de emergencia. Responder a lo siguiente:

0.75 a) ¿Qué probabilidad hay de que un día de agosto se den las condiciones ideales para realizar senderismo?

0.75 b) ¿Cuántos días de agosto se espera que haya senderistas con riesgo de insolación?

1 c) Si las Cañadas del Teide recibe un promedio de 11000 visitantes diarios en el mes de agosto y, de ellos, un 5% realiza senderismo. ¿Cuántos senderistas se estima que se puedan ver afectados por cambios meteorológicos bruscos a lo largo de dicho mes?

Distrito Universitario de Canarias



	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000