

Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II

INDICACIONES

- El examen consta de 3 apartados. Cada apartado puede contener una o dos opciones. En el caso de aparecer dos opciones, se escogerá una que se deberá realizar íntegramente.
- En caso de resolver más opciones de las establecidas en cada apartado, se corregirá únicamente la que aparezca en primer lugar en el cuadernillo del examen.
- Se valorará positivamente la explicación de los diferentes pasos seguidos en la resolución de cada ejercicio, así como la claridad de exposición. No se admitirá ningún resultado que no esté debidamente justificado.
- Se permitirá el uso de reglas y calculadoras que no sean programables, ni gráficas o con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- Durante el desarrollo del ejercicio no se permitirá el préstamo de calculadoras entre estudiantes.

Apartado 1 [3 puntos].

Opción 1. Se considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} x + ay - z = 1 \\ 2x - y + az = 2 \\ x + y + z = 3 \end{cases}$$

Realice las tareas que se describen a continuación:

Tarea 1.1A [2 PUNTOS]. Discuta el sistema en función de los valores del parámetro a .

Tarea 1.1B [1 PUNTO]. Resuelva el sistema de ecuaciones para $a = -2$.

Opción 2. Una agencia de marketing desea maximizar el impacto de su nueva campaña, medido en miles de visualizaciones, invirtiendo en dos tipos de publicidad: Instagram Stories y YouTube Pre-roll.

Los costes unitarios son de 500 € para Instagram y 1.500 € para YouTube, contando con un presupuesto límite de 15.000 €. Las condiciones de contratación exigen un total de al menos 10 anuncios, de los cuales como mínimo 4 deben ser de YouTube. Además, el número de anuncios de Instagram no puede exceder el doble de los de YouTube. Se estima que el impacto por unidad es de 1,5 miles de visualizaciones en Instagram y 3 miles en YouTube.

Realice las siguientes tareas:

Tarea 1.2A [1 PUNTO]. Plantee la función objetivo y el conjunto de restricciones que describen el problema.

Tarea 1.2B [1 PUNTO]. Dibuje la región factible en el plano, calculando sus vértices.

Tarea 1.2C [0,75 PUNTOS]. ¿Cuántos anuncios de cada tipo debe contratar la empresa para maximizar el impacto (número de visualizaciones)?

Tarea 1.2D [0,25 PUNTOS]. ¿A cuánto ascendería dicho impacto máximo (en miles de visualizaciones)?

Apartado 2 [4 puntos]. Realice las siguientes tareas a partir de esta función.

Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + ax^2 - 3x, & \text{si } x \leq 2 \\ x^2 - 3x - 4, & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Tarea 2.1A [1,5 PUNTOS]. Calcule el valor del parámetro a para que la función $f(x)$ sea continua en todo su dominio. Para el valor de a obtenido, halle los puntos de corte de la gráfica con los ejes de coordenadas.

Tarea 2.1B [1,5 PUNTOS]. Considerando el caso $a = -2$, calcule el área de la región delimitada por esta función, el eje de abscisas OX y las rectas verticales $x = 0$, $x = 2$.

Tarea 2.1C [1 PUNTO]. Considerando el caso $a = 0$, calcule los extremos relativos que tiene esta función en el intervalo $[-3,2]$, especificando si son máximos o mínimos.

Apartado 3 [3 puntos].

Opción 1. El tiempo que los estudiantes de un instituto tardan en completar un examen sigue una distribución normal con una desviación típica de 10 minutos. Se ha tomado una muestra aleatoria de 100 estudiantes seleccionados al azar, y se ha calculado que el tiempo medio necesario para completar el examen es de 90 minutos. Realice las siguientes tareas:

Tarea 3.1A [1,5 PUNTOS]. Calcule el intervalo de confianza del 95% para el valor promedio del tiempo que los estudiantes tardan en completar el examen.

Tarea 3.1B [1,5 PUNTOS]. ¿Cuál es el número mínimo de estudiantes que habría que considerar para que el error al estimar el tiempo medio empleado en completar el examen, con un nivel de confianza del 97 %, fuese de 2 minutos?

Opción 2. Una empresa de biotecnología ha desarrollado una prueba para una enfermedad. Se estima que el 3% de la población padece la enfermedad. La prueba es altamente sensible, dando positivo en el 98% de las personas enfermas. Sin embargo, en el 5% de las personas sanas, la prueba da un falso positivo. Realice las siguientes tareas que se plantean:

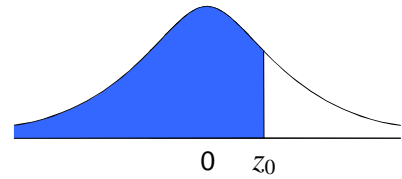
Tarea 3.2A [1 PUNTO]. Calcule la probabilidad de que una persona elegida al azar dé positivo en la prueba.

Tarea 3.2B [1 PUNTO]. Si una persona ha dado positivo, calcule la probabilidad de que realmente esté sana.

Tarea 3.2C [1 PUNTO]. Calcule la probabilidad de que la prueba dé un resultado incorrecto para una persona elegida al azar.

Tabla de la distribución normal N(0,1)

$$P(z \leq z_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z_0} e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$



z_0	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	z_0
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359	0,0
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753	0,1
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141	0,2
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517	0,3
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879	0,4
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224	0,5
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549	0,6
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852	0,7
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133	0,8
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389	0,9
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621	1,0
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830	1,1
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015	1,2
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177	1,3
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319	1,4
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441	1,5
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545	1,6
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633	1,7
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706	1,8
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767	1,9
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817	2,0
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857	2,1
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890	2,2
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916	2,3
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936	2,4
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952	2,5
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964	2,6
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974	2,7
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981	2,8
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986	2,9
3,0	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99896	0,99900	3,0
3,1	0,99903	0,99906	0,99910	0,99913	0,99916	0,99918	0,99921	0,99924	0,99926	0,99929	3,1
3,2	0,99931	0,99934	0,99936	0,99938	0,99940	0,99942	0,99944	0,99946	0,99948	0,99950	3,2
3,3	0,99952	0,99953	0,99955	0,99957	0,99958	0,99960	0,99961	0,99962	0,99964	0,99965	3,3
3,4	0,99966	0,99968	0,99969	0,99970	0,99971	0,99972	0,99973	0,99974	0,99975	0,99976	3,4
3,5	0,99977	0,99978	0,99978	0,99979	0,99980	0,99981	0,99981	0,99982	0,99983	0,99983	3,5
3,6	0,99984	0,99985	0,99985	0,99986	0,99986	0,99987	0,99987	0,99988	0,99988	0,99989	3,6
3,7	0,99989	0,99990	0,99990	0,99990	0,99991	0,99991	0,99992	0,99992	0,99992	0,99992	3,7
3,8	0,99993	0,99993	0,99993	0,99994	0,99994	0,99994	0,99994	0,99995	0,99995	0,99995	3,8
3,9	0,99995	0,99995	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99997	0,99997	0,99997	3,9