

**Matemáticas II**

**INDICACIONES**

- Para obtener la máxima calificación, se debe responder a una cuestión de cada apartado/bloque.
- En aquellos apartados/bloques en los que se ofrece la posibilidad de elegir entre varias tareas, se debe responder solo a una de las opciones. Si se realiza más de una opción, se corregirá la primera de ellas, según el orden en que aparecen resueltas en el cuadernillo de examen.
- Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
- Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
- No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a Internet.

**APARTADO 1 (Bloque A+D) [2,5 puntos].**

Resuelve una de las siguientes cuestiones (1A o 1B):

**Cuestión 1A.** Considera las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} a+1 & 1 & 1 \\ 1 & a+3 & 1 \\ 1 & 1 & a+1 \end{pmatrix}, \text{ con } a \in \mathbb{R}; \text{ y } B = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 0 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

**Tarea a, [1 punto].** Halla los valores del parámetro  $a$  para los cuales la matriz  $A$  tiene inversa.

**Tarea b, [1 punto].** Considera  $a = -3$ . Calcula, si es posible, la matriz inversa de  $A$ .

**Tarea c, [0,5 puntos].** Considera  $a = -3$ . Halla, si es posible, la matriz  $X$  que satisface la siguiente ecuación matricial:  $AX = B$ .

**Cuestión 1B.** Considera el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} ax + y - z & = & 1 \\ (a^2 - 2)y + 2z & = & -2 \\ -x + z & = & 0 \end{cases}$$

dependiente del parámetro  $a \in \mathbb{R}$ .

**Tarea a, [1,5 puntos].** Halla los valores de  $a$  para los cuales el sistema es compatible.

**Tarea b, [1 punto].** Considera  $a = 0$ . Si el sistema es compatible, halla su solución general.

**APARTADO 2, (Bloque B) [2,5 puntos].**

Resuelve una de las siguientes cuestiones (2A o 2B):

**Cuestión 2A.** Considera la siguiente función definida a trozos:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4}, & \text{si } x \neq 2 \\ e^k, & \text{si } x = 2 \end{cases}$$

con  $k \in \mathbb{R}$  un parámetro a determinar.

**Tarea a, [0,75 puntos].** Determina el valor del parámetro  $k$  para que  $f(x)$  sea continua en  $x = 2$ .

**Tarea b, [1 punto].** Si existen, halla las asíntotas de  $f(x)$  y especifica de qué tipo son.

**Tarea c, [0, 75 puntos].** Obtén la ecuación de la recta tangente a  $f(x)$  en  $x = 1$ .

**Cuestión 2B.** Considera la siguiente función:  $f(x) = (x^2 - 2)e^{2x}$ .

**Tarea a, [0,5 puntos].** Halla los puntos de corte de  $f(x)$  con el eje de abscisas OX y los puntos de corte de  $f(x)$  con el eje de ordenadas OY.

**Tarea b, [1 punto].** Estudia los intervalos de crecimiento y decrecimiento de  $f(x)$ .

**Tarea c, [1 punto].** Calcula el área comprendida entre la curva  $y = f(x)$ , el eje OX y las rectas  $x = -2$  y  $x = 1$ .

**APARTADO 3 (Bloque C) [2,5 puntos].**

Considera la recta  $r : \begin{cases} 2x - y = 3 \\ y - 2z = 1 \end{cases}$  y el punto  $P = (1, 1, 1)$ .

**Tarea a, [1 punto].** Determina los puntos de  $r$  que están a una distancia de  $\sqrt{14}$  unidades de  $P$ .

**Tarea b, [0,75 puntos].** Obtén la ecuación del plano que contiene a  $r$  y  $P$ .

**Tarea c, [0,75 puntos].** Calcula la distancia entre  $r$  y  $P$ .

**APARTADO 4 (Bloque E) [2,5 puntos].**

Resuelve una de las siguientes cuestiones (4A o 4B):

**Cuestión 4A.** En un colegio se ofrecen solo atletismo y baloncesto como actividades deportivas extraescolares. En base a los datos de otros años, los docentes determinan que la probabilidad de que un alumno se matricule en atletismo es  $P(A) = 0,40$ ; y que la probabilidad de que un estudiante se matricule en baloncesto es  $P(B) = 0,65$ . Además, solo un 10 % del alumnado no se matricula en ningún deporte.

**Tarea a, [1 punto].** Calcula la probabilidad de que un alumno se matricule en los dos deportes.

**Tarea b, [1,5 puntos].** Calcula las siguientes probabilidades:  $P(A/B)$ ,  $P(B/A)$  y  $P(A/B^c)$ , donde  $B^c$  representa el suceso contrario a  $B$ .

**Cuestión 4B.** Solo dos sedes de una empresa fabrican el mismo modelo de aspiradora. La sede A suministra el 60 % de la producción total. Un 0,15 % de las aspiradoras fabricadas en la sede A y un 0,1 % de las aspiradoras fabricadas en la sede B falla durante el primer año.

**Tarea a, [0,75 puntos].** Calcula la probabilidad de que una aspiradora fabricada en la sede B no falle durante el primer año.

**Tarea b, [0,75 puntos].** Calcula la probabilidad de que una aspiradora elegida al azar falle durante el primer año.

**Tarea c, [1 punto].** Si una aspiradora elegida al azar no falla durante el primer año, calcula la probabilidad de que haya sido fabricada en la sede A.