

	Pruebas de Acceso a la Universidad Castilla y León	MATEMÁTICAS II	EJERCICIO N.º Páginas: 3
--	---	-----------------------	---

INDICACIONES

- OPTATIVIDAD:** El examen consta de cuatro apartados: un apartado con un problema obligatorio y 3 apartados con la posibilidad de elegir entre dos problemas. Se deberá responder a un máximo de **CUATRO PROBLEMAS**: el problema obligatorio (apartado 1) y solamente un problema de cada uno de los tres apartados restantes. No es necesario hacerlo en el mismo orden en que están enunciados, pero se expresará claramente cuáles son los elegidos. En caso de responder a dos problemas de un mismo apartado, sólo se corregirá el que aparezca en primer lugar según el orden de numeración de pliegos y hojas de cada pliego y que no aparezca totalmente tachado.
- CALCULADORA:** Podrán usarse calculadoras no programables, que no admitan memoria para texto, ni para resolución de ecuaciones ni cálculo matricial, ni para resolución de integrales, ni para representaciones gráficas.
- CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN:** Cada uno de los problemas se puntuará sobre un máximo de 2,5 puntos. Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver; justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas; claridad y coherencia en la exposición; precisión en los cálculos y en las notaciones. **Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales**, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos.
- DEDUCCIONES POR ERRORES ORTOGRÁFICOS Y GRAMATICALES:** Se penalizarán los errores ortográficos (grafías, tildes y puntuación) cometidos, hasta un máximo de un punto en la nota global del examen, teniéndose en cuenta que la repetición del mismo error se contabilizará como sólo uno, los dos primeros errores no se penalizarán y, a partir del tercer error ortográfico, se deducirá 0,1 puntos por error. Por errores en la redacción, en la presentación, incoherencia o incorrección léxica o gramatical se podrá deducir un máximo de medio punto de la nota global.
- El examen debe realizarse usando **bolígrafo azul o negro** (sólo un color). No pueden usarse ni lápiz, ni bolígrafo borrable, ni bolígrafo de otro color.

APARTADO 1: (obligatorio)

Problema 1.

a) Dado $k \in \mathbb{R}$, se considera el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} kx - y - z = 1 \\ x + ky + 2kz = k \end{cases}$$

Discutir el sistema según los valores del parámetro $k \in \mathbb{R}$ y resolverlo para $k = -1$.

(1,5 puntos)

b) Sea A una matriz cuadrada que verifica $A^2 = I + 3A$, donde I denota la matriz identidad. Demostrar que el determinante de A no es cero y expresar A^{-1} en función de A y de I . (1 punto)

APARTADO 2: (elegir UN problema)

Problema 2A.

Sea la función $f(x) = 12x + 3x^2 - 2x^3$.

a) Calcular el área del recinto limitado por la gráfica de $f(x)$ y su recta tangente en el punto $x = 1$. (1,5 puntos)

b) Calcular $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{xf(x)}$, donde $\ln$ denota el logaritmo neperiano. (1 punto)

	Pruebas de Acceso a la Universidad Castilla y León	MATEMÁTICAS II	EJERCICIO N.º Páginas: 3
--	---	-----------------------	--

Problema 2B.

Se considera la función $f(x) = x^2 e^{-x}$.

- a) Determinar su dominio de definición, intervalos de crecimiento y decrecimiento, sus máximos y mínimos relativos y sus asíntotas. **(1,5 puntos)**
- b) Calcular el área de la región limitada por la gráfica de la función f y el eje de abscisas en el intervalo $[0,2]$. **(1 punto)**

APARTADO 3: (elegir UN problema)

Problema 3A. (Propuesto en la Comunidad Valenciana, julio de 2023)

Sean el plano $\pi \equiv 5x + my + z = 2$ y la recta $r \equiv (x, y, z) = (1, 1, 0) + t(-1, -1, 2), t \in \mathbb{R}$.

- a) Determinar la posición relativa de r y π en función de m . **(1,5 puntos)**
- b) Para $m = 1$, calcular el plano π' que contiene a r y es perpendicular a π . **(1 punto)**

Problema 3B.

Sean el plano $\pi \equiv x + y - z = 2$ y la recta $r \equiv \frac{x-1}{-3} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{-1}$.

- a) Calcular la ecuación de un plano π' paralelo al plano π y que esté a una distancia de $2\sqrt{3}$ unidades de la recta r . ¿Es único ese plano? Justificar la respuesta. **(1,5 puntos)**
- b) Calcular la ecuación de un plano π'' perpendicular al plano π y que pasa por los puntos $P(1, 0, 1)$ y $Q(0, 1, 0)$. **(1 punto)**

APARTADO 4: (elegir UN problema)

Problema 4A.

El tamaño de las truchas que hay en el río Tormes, entre el pantano de Santa Teresa y su paso por Fresno Alhándiga, se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media 28 cm y desviación típica de 6 cm.

- a) Calcular el porcentaje de truchas cuyo tamaño está entre 19 cm y 40 cm. **(1,5 puntos)**
- b) Sabiendo que una de las truchas capturadas medía más de 38 cm, ¿cuál es la probabilidad de que midiera más de 42 cm? **(1 punto)**

Problema 4B.

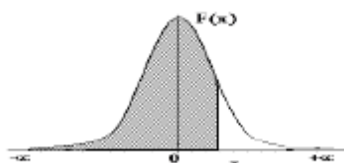
Un grupo de WhatsApp, formado por los alumnos de un gimnasio de judo, está compuesto por un 55% de mujeres y el resto hombres. Se sabe que el 15% del grupo es cinturón verde y que una quinta parte de las mujeres es cinturón verde.

- a) ¿Qué porcentaje de hombres son cinturón verde? **(1 punto)**
- b) Si el grupo recibe un mensaje enviado por un cinturón verde, calcular la probabilidad de que lo haya enviado una mujer. **(0,75 puntos)**
- c) Si el mensaje no tiene información sobre el sexo y el color del cinturón del remitente, calcular la probabilidad de que sea hombre y cinturón verde. **(0,75 puntos)**



Distribución Normal

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$



	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9014
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9318
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9997	0,9997	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999