



INSTRUCCIONES: El estudiante deberá resolver los cuatro ejercicios propuestos. En los ejercicios 3 y 4 deberá contestar solamente a **UNO** de los dos apartados propuestos. Si resuelve más, se corregirá solo el primero de los dos apartados resueltos. Los ejercicios deben redactarse con claridad, detalladamente y razonando las respuestas. Solo están permitidas las calculadoras de tipo 1 y 2. Cada ejercicio completo puntuará 2.5 puntos.
Duración de la prueba: 90 minutos.

Ejercicio 1.- Una empresa envasa zumos en botellas de 1 litro. La cantidad de zumo que la máquina embotelladora inyecta en cada botella sigue una distribución normal con una desviación típica $\sigma = 0.05$ litros. Se toma una muestra aleatoria de 16 botellas y se observa que el contenido medio es de 0.97 litros. Con un nivel de confianza del 97%,

- Calcula el intervalo de confianza para el contenido medio poblacional de una botella. **(1 punto)**
- Explica, justificando la respuesta, cómo se podría obtener un intervalo de confianza con menor amplitud sin modificar el nivel de confianza. **(0.75 puntos)**
- Dado el intervalo del apartado a), ¿se puede aceptar que el contenido medio poblacional es de 1 litro con un nivel de confianza del 95%? Justificar la respuesta. **(0.75 puntos)**

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857

Ejercicio 2.- En el Parador de Turismo de Almagro se alojaron ayer 25 huéspedes que hicieron las reservas con distintas compañías, procedentes de Italia, Portugal y Japón. El gasto total en el Parador fue de 3610 €, correspondiendo 140 € a cada huésped italiano, 130 € a cada huésped portugués y 160 € a cada huésped japonés. El registro del Parador muestra que el número de portugueses es la cuarta parte de la suma del número de huéspedes de los otros dos países.

- Plantea el sistema de ecuaciones para calcular cuántos huéspedes hay de cada país. **(1.5 puntos)**
- Calcula número de huéspedes de cada uno de los países. **(1 punto)**

Ejercicio 3.- Elige y resuelve **sólo uno** de los dos apartados siguientes:

Apartado a) Se considera la función $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 4 & \text{si } x \leq k \\ -2x^2 + 8x & \text{si } x > k \end{cases}$

- a.1) ¿Para qué valor de k la función $f(x)$ es continua en $x = k$? **(1 punto)**
- a.2) Si $k = 1$, calcula los máximos y mínimos relativos de la función $f(x)$. **(0.75 puntos)**
- a.3) En ese mismo supuesto, determina en qué intervalos la función es cóncava y en cuáles es convexa. **(0.75 puntos)**

Apartado b) Dada la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 3$, se sabe que tiene un mínimo relativo en el punto $(-1, 2)$ y un punto de inflexión en $(1, -14)$.

- b.1) Encuentra el valor de los parámetros a, b y c . **(1.5 puntos)**
- b.2) Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, calcula la matriz X en la ecuación matricial $C \cdot X = A \cdot B + X$. **(1 punto)**

Ejercicio 4.- Elige y resuelve **sólo uno** de los dos apartados siguientes:

Apartado a) En un examen de matemáticas se propone el siguiente problema:

“Indica el punto donde la función $F(x, y) = 6x + 3y - 2$, alcanza el mínimo en la región determinada por las siguientes restricciones: $2x + y \geq 6$; $2x + 5y \leq 30$; $2x - y \leq 6$ ”

Laura responde que el mínimo de la función se alcanza en el punto $(1, 2)$ y Jesús, por el contrario, que lo hace en el punto $(3, 0)$.

- a.1) ¿Es exacta la respuesta de Laura? **Razona tu respuesta. (1.25 puntos)**
- a.2) ¿Es cierto que el mínimo se alcanza en el punto $(3, 0)$? **Razona tu respuesta. (0.75 puntos)**
- a.3) ¿Cuánto vale dicho mínimo? **(0.5 puntos)**

Apartado b) La compañía de seguros SEGURVIDA utiliza tres bufetes de abogados para resolver sus casos legales en los tribunales. El bufete A recibe el 30 % de los casos legales y gana en los tribunales el 60 % de los casos presentados. El bufete B recibe el 50 % de los casos legales y gana el 80 % de los casos presentados y el bufete C recibe el resto de los casos y gana el 70 % de los presentados. Se elige al azar uno de los casos que ha llegado a los tribunales y ya ha sido resuelto. Se pide, de forma razonada:

- b.1) ¿Cuál es la probabilidad de que la compañía haya ganado el caso? **(0.75 puntos)**
- b.2) Si el caso elegido se ha perdido, calcula la probabilidad de que haya sido defendido por el bufete A. **(0.5 puntos)**
- b.3) Si el precio por acción de la compañía de seguros sigue una función de la forma $A(t) = at^3 - 12t^2 + bt$, donde t = tiempo en horas transcurridas desde el inicio, alcanza un máximo en la tercera hora $t = 3$, alcanzando un valor de 54 € la acción en ese instante, encuentra el valor de los parámetros a y b . **(1.25 puntos)**