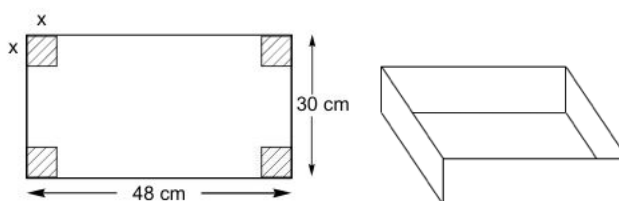


Instrucciones: El estudiante deberá resolver los cuatro ejercicios propuestos. En los **ejercicios 2, 3 y 4** deberá contestar solamente a **UNO** de los dos apartados propuestos. Si resuelve más, se corregirá solo el primero de los dos apartados resueltos. Los ejercicios deben redactarse con claridad, detalladamente y razonando las respuestas. Solo se permite el uso de calculadores de tipo 1 y 2 (tal y como se indica en la información de las pruebas). **Cada ejercicio completo puntuará 2,5 puntos.** Duración de la prueba: 90 minutos.

EJERCICIO 1. (2,5 PUNTOS) Para guardar el material escolar, se quiere construir una caja (sin tapa) a partir de una plancha de cartón de 48 cm de largo por 30 cm de ancho, a la que se le ha recortado un cuadrado de lado x en cada una de sus esquinas (véase el dibujo).



- [0,75 puntos]** Determina el volumen de la caja.
- [1 punto]** Determina las dimensiones de la caja si se quiere que contenga el mayor volumen posible.
- [0,75 puntos]** Para poder transportar la caja cómodamente, se van a realizar dos aberturas. El área de cada una de ellas está encerrada por las curvas $f(t) = t^2 - 4t$ y $g(t) = 2t - 5$. Calcula el área de una de las aberturas.

EJERCICIO 2. (2,5 PUNTOS) Elige y resuelve **solo uno** de los dos apartados siguientes:

Apartado a) Para las fiestas del Corpus Christi que se celebran en Toledo, se instalan toldos en las calles por las que transcurre la procesión. En una de ellas, los operarios colocan los siguientes puntos de apoyo: $A(0,1,-2)$, $B(1,2,0)$, $C(0,0,1)$ y $D(1,0,m)$, con $m \in \mathbb{R}$.

- [1 punto]** Calcula el valor de m para que los cuatro puntos sean coplanarios.
- [0,75 puntos]** Determina la ecuación del plano π que contiene al toldo.
- [0,75 puntos]** Si los adornos florales deben estar como mínimo a 1 metro de distancia del toldo y se ha colocado un adorno de flores en el punto $P(1,2,3)$, ¿estará correctamente ubicado?

Apartado b) Resuelve los problemas siguientes:

- [1 punto]** Calcula la ecuación del plano π' que pasa por $C(1,1,-2)$, es paralelo a la recta r que pasa por los puntos $A(1,0,3)$ y $B(0,4,-1)$ y perpendicular al plano $\pi \equiv -x + y + 2z = 1$.
- [1,5 puntos]** Determina los valores reales de $m \in \mathbb{R}$, para que los puntos $A(-1,2,3)$, $B(-1,0,-1)$, $C(2,-1,1)$ y $D(2,3,m)$, formen un tetraedro de volumen 8 unidades cúbicas.

EJERCICIO 3. (2,5 PUNTOS) Elige y resuelve **solo uno** de los dos apartados siguientes.

Apartado a) Dado el siguiente sistema de ecuaciones lineales.
$$\begin{cases} x + y - z = 2 \\ 4x + 2y = a \\ ax + y + z = 1 \end{cases}.$$

a.1) **[1,5 puntos]** Discute la resolución del sistema según los valores que pueda tomar el parámetro $a \in \mathbb{R}$ e indica el número de soluciones en cada caso.

a.2) **[1 punto]** Para $a = 0$, resuelve el sistema de ecuaciones, de forma razonada.

Apartado b) Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & a \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ a & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, con $a \in \mathbb{R}$.

b.1) **[1,25 puntos]** Calcula los valores del parámetro a para que $A \cdot B$ sea invertible. Justifica tu respuesta.

b.2) **[1,25 puntos]** Calcula la inversa de $A \cdot B$ en función de a .

EJERCICIO 4. (2,5 PUNTOS) Elige y resuelve **solo uno** de los dos apartados siguientes:

Apartado a) En la entrada del instituto hay tres fotocopiadoras A, B y C cuyos porcentajes de fallos son 3%, 5% y 4%, respectivamente. Un estudiante entra en el instituto y, como las tres fotocopiadoras están libres, elige una al azar.

a.1) **[1 punto]** ¿Cuál es la probabilidad de que fotocopie sin fallos?

a.2) **[1,5 puntos]** Si al fotocopiar observa que una página es defectuosa, ¿qué probabilidad hay de que se haya utilizado la fotocopiadora B?

Apartado b) Una inspectora de sanidad sabe que el 5% de los restaurantes no pasará una inspección. Si elige 8 restaurantes al azar, calcula:

b.1) **[0,75 puntos]** Probabilidad de que tres restaurantes no pasen la inspección.

b.2) **[0,75 puntos]** Probabilidad de que todos los restaurantes pasen la inspección.

b.3) **[1 punto]** Probabilidad de que al menos dos restaurantes pasen la inspección.

n	k	p									
		0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5
8	0	0.6634	0.4305	0.2725	0.1678	0.1001	0.0576	0.0319	0.0168	0.0084	0.0039
	1	0.2793	0.3826	0.3847	0.3355	0.2670	0.1977	0.1373	0.0896	0.0548	0.0313
	2	0.0515	0.1488	0.2376	0.2936	0.3115	0.2965	0.2587	0.2090	0.1569	0.1094
	3	0.0054	0.0331	0.0839	0.1468	0.2076	0.2541	0.2786	0.2787	0.2568	0.2188
	4	0.0004	0.0046	0.0185	0.0459	0.0865	0.1361	0.1875	0.2322	0.2627	0.2734
	5	0.0000	0.0004	0.0026	0.0092	0.0231	0.0467	0.0808	0.1239	0.1719	0.2188
	6	0.0000	0.0000	0.0002	0.0011	0.0038	0.0100	0.0217	0.0413	0.0703	0.1094
	7	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0004	0.0012	0.0033	0.0079	0.0164	0.0313
	8	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0002	0.0007	0.0017	0.0039