

|                                                               |                                                              |
|---------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|
| CONVOCATÒRIA: EXTRA JULIOL 2025                               | CONVOCATORIA: EXTRA JULIO 2025                               |
| ASSIGNATURA: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II | ASIGNATURA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II |

**BAREMO DEL EXAMEN:** Se ha de contestar un problema del apartado 1, un problema del apartado 2 y el problema del apartado 3. En cada cuestión se indica la puntuación máxima, siendo la nota final la suma de las calificaciones de cada una ellas. Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados. Está permitido el uso de regla. Las gráficas se harán con el mismo color que el resto del examen.

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Apartado 1.** Responda **un** problema de este apartado de los dos propuestos.

**Problema 1. A.** Consideramos las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \quad y \quad D = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Sabiendo que, si  $K$  es una matriz,  $K^t$  representa su matriz traspuesta, se pide:

- Calcular  $M = AB^tC - D$ . (0,75 puntos)
- Justificar si  $M$  es invertible y, si lo es, hallar su inversa. (0,75 puntos)
- Hallar  $M^2$  y  $M^8$ . (0,5 puntos)
- Justificar si son invertibles las matrices  $CC^t$  y  $C^tC$ . (0,5 puntos)
- Hallar la matriz  $X$  que satisface la ecuación  $A^t + X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}^t = (C^tB)^t$ . (1 punto)

**Problema 1. B.** Una empresa de organización de eventos desea poner a la venta dos tipos de entradas para un evento musical: entradas preferentes y entradas estándar, que se venden a 115€ y 90€, respectivamente, aunque en las localidades preferentes la empresa tiene unos gastos de 5€ por entrada porque en ellas se sirve un aperitivo. La instalación de cada localidad preferente tiene un coste de 20€ y la de cada localidad estándar de 10€; la empresa dispone de un presupuesto de 1.000€ para gastos de instalación. El aforo máximo es de 75 asientos.

- ¿Cuántas entradas de cada tipo se deben poner a la venta para obtener el máximo beneficio posible? (3 puntos)
- ¿Cuál es dicho beneficio máximo? (0,5 puntos)

**Apartado 2.** Responda **un** problema de este apartado de los dos propuestos.

**Problema 2. A.** Una empresa agrícola que se dedica al cultivo de frutas tropicales ha implementado un sistema de riego automatizado para optimizar el consumo de agua. La función que describe la necesidad de agua del cultivo (en  $m^3/\text{día}$ ) tras  $x$  días de crecimiento, para  $x$  entre 0 y 30, es:

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 4x^2 + 10 & \text{si } 0 \leq x \leq 8 \\ 3x + 9 & \text{si } 8 < x \leq 20 \\ 70 & \text{si } 20 < x \leq 30 \end{cases}$$

- a) Estudia la continuidad de esta función en el intervalo  $[0, 30]$ . (0,75 puntos)
- b) Determina en qué días la necesidad de agua es máxima y mínima. (2 puntos)
- c) Calcula el área delimitada por esta función y el eje  $OX$  entre los días 3 y 7. (0,75 puntos)

**Problema 2. B.** Cuando la temperatura de un invernadero se mantiene a  $x$  grados centígrados, siendo  $x$  un número real entre 10 y 30, la producción (en kilogramos) de cierta hortaliza viene dada por la función  $Q(x) = 30x^2 + Ax + B - x^3$ . Sabemos que la producción máxima se alcanza cuando el invernadero se mantiene a 21 grados centígrados, y que dicha producción máxima es 5.300 kg.

- a) Determina los valores  $A$  y  $B$  que aparecen en la función  $Q(x)$ . (1,5 puntos)
- b) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función  $Q(x)$ . (1 punto)
- c) Para valores de la temperatura comprendidos entre 10 y 30 grados centígrados, ¿en algún caso se obtiene una producción inferior a 1.000 kg? (1 punto)

**Apartado 3.** Responda el único problema de este apartado.

**Problema 3.** Manuel va a celebrar su cumpleaños y ha invitado a dos grupos de amigos que no se conocen entre sí: del instituto y de su barrio. Cada grupo va a una tienda distinta a comprar un regalo. El grupo del instituto va a la tienda A, donde un 40% de los regalos son libros, un 15% es ropa y un 45% son juegos. El grupo de su barrio va a la tienda B, donde el 20% son libros, el 10% es ropa y el 70% son juegos. Supón que cada grupo elige aleatoriamente su regalo. Calcula:

- a) La probabilidad de que Manuel tenga dos regalos de distinto tipo. (1 punto)
- b) La probabilidad de que Manuel tenga como regalo un libro o un juego. (1 punto)
- c) La probabilidad de que, si uno de los regalos es ropa y el otro no, el regalo de ropa se haya comprado en la tienda A. (1 punto)

|                                                                      |                                                                     |
|----------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|
| <b>CONVOCATÒRIA: EXTRA JULIOL 2025</b>                               | <b>CONVOCATORIA: EXTRA JULIO 2025</b>                               |
| <b>ASSIGNATURA: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II</b> | <b>ASIGNATURA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II</b> |

**BAREM DE L'EXAMEN: S'ha de contestar un problema de l'apartat 1, un problema de l'apartat 2 i el problema de l'apartat 3.** En cada qüestió s'indica la puntuació màxima i la nota final és la suma de les qualificacions de cada una. Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguin gràfiques o programables i que no puguin realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'utilitze o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats. Està permès l'ús de regla. Les gràfiques es faran amb el mateix color que la resta de l'examen.

**Totes les respostes han d'estar degudament raonades.**

**Apartat 1.** Respon a **un** problema d'aquest apartat dels dos que es proposen.

**Problema 1. A.** Considerem les matrius:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \quad y \quad D = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Sabent que, si  $K$  és una matriu,  $K^T$  representa la seua matriu transposada, es demana:

- Calcular  $M = AB^T C - D$ . (0,75 punts)
- Justificar si  $M$  és invertible i, si ho és, calcular-ne la inversa. (0,75 punts)
- Determinar  $M^2$  i  $M^8$ . (0,5 punts)
- Justificar si són invertibles les matrius  $CC^T$  i  $C^T C$ . (0,5 punts)
- Trobar la matriu  $X$  que satisfà l'equació  $A^T + X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}^T = (C^T B)^T$ . (1 punt)

**Problema 1. B.** Una empresa d'organització d'esdeveniments desitja posar a la venda dos tipus d'entrades per a un esdeveniment musical: entrades preferents i entrades estàndard, que es venen a 115€ i 90€, respectivament, encara que en les localitats preferents l'empresa té unes despeses de 5€ per entrada perquè en aquestes se serveix un aperitiu. La instal·lació de cada localitat preferent té un cost de 20€ i la de cada localitat estàndard de 10€; l'empresa disposa d'un pressupost de 1.000€ per a despeses d'instal·lació. L'aforament màxim és de 75 seients.

- Quantes entrades de cada tipus s'han de posar a la venda per a obtenir el màxim benefici possible? (3 punts)
- Quins és aquest benefici màxim? (0,5 punts)

**Apartat 2.** Respon a **un** problema d'aquest apartat dels dos que es proposen.

**Problema 2. A.** Una empresa agrícola que es dedica al cultiu de fruites tropicals ha implementat un sistema de reg automatitzat per a optimitzar el consum d'aigua. La funció que descriu la necessitat d'aigua del cultiu (en  $m^3/dia$ ) després de  $x$  dies de creixement, per a  $x$  entre 0 i 30, és:

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 4x^2 + 10 & \text{si } 0 \leq x \leq 8 \\ 3x + 9 & \text{si } 8 < x \leq 20 \\ 70 & \text{si } 20 < x \leq 30 \end{cases}$$

- a) Estudia la continuïtat d'aquesta funció en l'interval  $[0, 30]$ . (0,75 punts)
- b) Determina en quins dies la necessitat d'aigua és màxima i mínima. (2 punts)
- c) Calcula l'àrea delimitada per aquesta funció i l'eix  $OX$  entre els dies 3 i 7. (0,75 punts)

**Problema 2. B.** Quan la temperatura d'un hivernacle es manté a  $x$  graus centígrads, sent  $x$  un nombre real entre 10 i 30, la producció (en quilograms) d'una certa hortalissa és donada per la funció  $Q(x) = 30x^2 + Ax + B - x^3$ . Sabem que la producció màxima s'aconsegueix quan l'hivernacle es manté a 21 graus centígrads i que aquesta producció màxima és de 5.300 kg.

- a) Determina els valors  $A$  i  $B$  que apareixen en la funció  $Q(x)$ . (1,5 punts)
- b) Determina els intervals de creixement i decreixement de la funció  $Q(x)$ . (1 punt)
- c) Per a valors de la temperatura compresos entre 10 i 30 graus centígrads, en algun cas s'obté una producció inferior a 1.000 kg? (1 punt)

**Apartat 3.** Respon a l'únic problema d'aquest apartat.

**Problema 3.** Manel vol celebrar el seu aniversari i ha convidat dos grups d'amics que no es coneixen entre si: de l'institut i del seu barri. Cada grup va a una botiga diferent a comprar un regal. El grup de l'institut va a la botiga A, on un 40% dels regals són llibres, un 15% és roba i un 45% són jocs. El grup del seu barri va a la botiga B, on el 20% són llibres, el 10% és roba i el 70% són jocs. Suposa que cada grup tria aleatòriament el seu regal. Calcula:

- a) La probabilitat que Manel tinga dos regals de diferent tipus. (1 punt)
- b) La probabilitat que Manel tinga com a regal un llibre o un joc. (1 punt)
- c) La probabilitat que, si un dels regals és roba i l'altre no, el regal de roba s'haja comprat a la botiga A. (1 punt)