

O exame consta de **4 preguntas de resposta obrigatoria**: as preguntas 1 e 2 sen apartados optativos e as preguntas 3 e 4 con posibilidade de elección entre apartados.

PREGUNTA 1. ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE. (2 puntos)**CONTEXTO**

Nun concello galego, realizouse unha enquisa a estudantes que estaban preparando as probas de acceso á universidade (PAU) de 2026. A maioría estudan na casa e/ou na biblioteca municipal. Outras opcións con menos respostas foron: cafeterías tranquilas, zonas de descanso do centro comercial e medios de transporte público. O 80 % estuda na casa ou na biblioteca municipal, o 15 % estuda na casa e na biblioteca municipal e o 40 % non estuda na casa.

No caso de que unha porcentaxe superior ao 30 % estude na biblioteca municipal, os responsables do concello ampliarán o seu horario nos días previos ás PAU 2026.

Responda estes dous apartados: 1.1. e 1.2.

1.1. Se ao elixir unha persoa da enquisa di que estuda na casa, cal é a probabilidade de que non o faga na biblioteca municipal?

1.2. Ampliarán os responsables do concello o horario da biblioteca municipal nos días previos ás PAU 2026? Xustifique a resposta.

PREGUNTA 2. ÁLXEBA. (2 puntos)

Considérase o sistema de inecuacións dado por:

$$2x \geq 3y - 7 \quad x + y + 1 \geq 0 \quad x \leq 3 \quad x + 2y \leq 7$$

Responda estes dous apartados: 2.1. e 2.2.

2.1. Represente graficamente a rexión factible determinada polo sistema de inecuacións anterior e calcule os seus vértices.

2.2. Determine, se existen, os máximos e os mínimos da función $f(x, y) = 2x + 3y$ suxeita ás restricións definidas polo sistema de inecuacións anterior.

PREGUNTA 3. ANÁLISE. (3 puntos)

Responda un dos seguintes dous apartados: 3.1. ou 3.2.

3.1.**CONTEXTO**

O beneficio dunha empresa depende basicamente das súas vendas. Cando as vendas son pequenas, o beneficio pode ser negativo debido aos custos fixos. Tamén pode ser negativo cando as vendas son grandes debido ao aumento dos custos de produción. O beneficio diario dunha empresa, en centos de euros, vén dado pola función

$$B(x) = -x^2 + 10x - 16$$

onde x son os miles de unidades vendidas ao día, con $1 \leq x \leq 9$.

Responda estes tres apartados: 3.1.1., 3.1.2. e 3.1.3.

3.1.1. A canto ascende o beneficio máximo que pode obter a empresa? Cantas unidades debe vender para alcanzalo? Contextualice as respostas.

3.1.2. Determine os valores de x para os que a empresa obtén beneficios positivos. Contextualice a resposta.

3.1.3. Calcule o beneficio medio (B_m) obtido pola empresa cando vende entre 3000 e 7000 unidades, sabendo que vén dado por

$$B_m = \frac{1}{7-3} \int_3^7 B(x) dx.$$

3.2

CONTEXTO

No ano 2025 as reservas de auga de varios encoros galegos víronse comprometidas a causa da falta de precipitacións e do aumento da evaporación da auga debida ás altas temperaturas. Esta situación provocou que a finais do verán se activara a prealerta por escaseza moderada de auga en moitos concellos galegos, véndose afectada cerca do 30 % da poboación de Galicia. En concreto, nun determinado encoro, estímase que as reservas acumuladas de auga (medidas en porcentaxe da súa capacidade) veñen dadas pola función

$$R(t) = \begin{cases} 96 - 2(t - 3)^2 & , \quad 0 \leq t \leq 6 \\ 5(t - 9)^2 + 33 & , \quad 6 < t \leq 12 \end{cases}$$

onde a variable t representa o tempo transcorrido en meses contados a partires do 1 de xaneiro de 2025.

Responda estes tres apartados: 3.2.1., 3.2.2. e 3.2.3.

3.2.1. Determine os períodos do ano nos que as reservas de auga aumentaron e diminuíron. Contextualice as respostas.

3.2.2. Cales foron as reservas mínimas? En que momento ou momentos se produciron? Contextualice as respostas.

3.2.3. Utilizando a información dos apartados anteriores represente graficamente a evolución das reservas de auga do encoro ao longo do ano 2025.

PREGUNTA 4. ESTATÍSTICA E ÁLXEBA. (3 puntos)

Responda un dos seguintes dous apartados de Estatística: 4.1. ou 4.2. (1,5 puntos)

4.1. A cantidade de auga (en litros) que se consume no lavado dun coche nunha estación de autolavado distribúese normalmente cunha desviación típica de $\sigma = 20$ litros. Tomada unha mostra de $n = 64$ coches, determinouse que o consumo medio de auga está comprendido entre 76,1 litros e 85,9 litros. Con que nivel de confianza se realizou esta afirmación?

Nota: Para resolver o apartado anterior pode empregarse algún dos seguintes valores relacionados coas táboas da normal estándar:

$$P(Z < 2,05) = 0,98 ; P(Z < 2,326) = 0,99 ; P(Z > 1,645) = 0,05 ; P(Z > 1,96) = 0,025.$$

4.2. O 90 % dos individuos dunha poboación teñen conta bancaria. Elixidos 5 individuos desa poboación.

4.2.1. Cal é a probabilidade de que todos teñan conta bancaria?

4.2.2. Calcule a probabilidade de que, entre os 5 individuos, menos de 2 teñan conta bancaria.

Responda un dos seguintes dous apartados de Álgebra: 4.3. ou 4.4. (1,5 puntos)

4.3. Considere as matrices

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 0 & a & -1 \\ a & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ b \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 \\ c \end{pmatrix}$$

Expresa en forma matricial o sistema de ecuacións que se obtén ao presentar a seguinte igualdade matricial $A \cdot B = C$.

4.4. Dadas as matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & k \\ 1 & k^2 \end{pmatrix}$$

Calcule os valores de k para os que a matriz $A^t \cdot B$ teña inversa, sendo A^t a matriz trasposta de A .

El examen consta de **4 preguntas de respuesta obligatoria**: las preguntas 1 y 2 sin apartados optativos y las preguntas 3 y 4 con posibilidad de elección entre apartados.

PREGUNTA 1. ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD. (2 puntos)

CONTEXTO

En un ayuntamiento gallego, se realizó una encuesta a estudiantes que estaban preparando las pruebas de acceso a la universidad (PAU) de 2026. La mayoría estudian en casa y/o en la biblioteca municipal. Otras opciones que tuvieron menos respuestas fueron: cafeterías tranquilas, zonas de descanso del centro comercial y medios de transporte público. El 80 % estudia en casa o en la biblioteca municipal, el 15 % estudia en casa y en la biblioteca municipal y el 40 % no estudia en casa.

En el caso de que un porcentaje superior al 30 % estudie en la biblioteca municipal, los responsables del ayuntamiento ampliarán su horario durante los días anteriores a las PAU 2026.

Responda estos dos apartados: 1.1. y 1.2.

1.1. Si al elegir una persona de la encuesta dice que estudia en casa, ¿cuál es la probabilidad de que no lo haga en la biblioteca municipal?

1.2. ¿Ampliarán los responsables del ayuntamiento el horario de la biblioteca municipal durante los días anteriores a las PAU 2026? Justifique la respuesta.

PREGUNTA 2. ÁLGEBRA. (2 puntos)

Se considera el sistema de inecuaciones dado por:

$$2x \geq 3y - 7 \qquad x + y + 1 \geq 0 \qquad x \leq 3 \qquad x + 2y \leq 7$$

Responda estos dos apartados: 2.1. y 2.2.

2.1. Represente gráficamente la región factible determinada por el sistema de inecuaciones anterior y calcule sus vértices.

2.2. Determine, si existen, los máximos y los mínimos de la función $f(x, y) = 2x + 3y$ sujeta a las restricciones definidas por el sistema de inecuaciones anterior.

PREGUNTA 3. ANÁLISIS. (3 puntos)

Responda uno de los siguientes apartados: 3.1. o 3.2.

3.1.

CONTEXTO

El beneficio de una empresa depende básicamente de sus ventas. Cuando las ventas son pequeñas, el beneficio puede ser negativo debido a los costes fijos. También puede ser negativo cuando las ventas son grandes debido al aumento de los costes de producción. El beneficio diario de una empresa, en cientos de euros, viene dado por la función

$$B(x) = -x^2 + 10x - 16$$

donde x son los miles de unidades vendidas al día, con $1 \leq x \leq 9$.

Responda estos tres apartados: 3.1.1., 3.1.2. y 3.1.3.

3.1.1. ¿A cuánto asciende el beneficio máximo que puede obtener la empresa? ¿Cuántas unidades debe vender para alcanzarlo? Contextualice las respuestas.

3.1.2. Determine los valores de x para los que la empresa obtiene beneficios positivos. Contextualice la respuesta.

3.1.3. Calcule el beneficio medio (B_m) obtenido por la empresa cuando vende entre 3000 y 7000 unidades, sabiendo que viene dado por

$$B_m = \frac{1}{7-3} \int_3^7 B(x) dx.$$

3.2

CONTEXTO

En el año 2025 las reservas de agua de varios embalses gallegos se han visto comprometidas a causa de la falta de precipitaciones y del aumento de la evaporación del agua debida a las altas temperaturas. Esta situación ha provocado que a finales del verano se haya activado la prealerta por escasez moderada de agua en muchos municipios gallegos, viéndose afectada cerca del 30 % de la población de Galicia. En concreto, en un determinado embalse, se estima que las reservas acumuladas de agua (medidas en porcentaje de su capacidad) vienen dadas por la función

$$R(t) = \begin{cases} 96 - 2(t - 3)^2 & , \quad 0 \leq t \leq 6 \\ 5(t - 9)^2 + 33 & , \quad 6 < t \leq 12 \end{cases}$$

en donde la variable t representa el tiempo transcurrido en meses contados a partir del día 1 de enero de 2025.

Responda estos tres apartados: 3.2.1., 3.2.2. y 3.2.3.

3.2.1. Determine los períodos del año en los que las reservas de agua han aumentado y disminuido. Contextualice las respuestas.

3.2.2. ¿Cuáles han sido las reservas mínimas? ¿En qué momento o momentos se han producido? Contextualice las respuestas.

3.2.3. Utilizando la información de los apartados anteriores represente gráficamente la evolución de las reservas de agua del embalse a lo largo del año 2025.

PREGUNTA 4. ESTADÍSTICA Y ÁLGEBRA. (3 puntos)

Responda uno de los siguientes dos apartados de Estadística: 4.1. o 4.2. (1,5 puntos)

4.1. La cantidad de agua (en litros) que se consume en el lavado de un coche en una estación de autolavado se distribuye normalmente con una desviación típica de $\sigma = 20$ litros. Tomada una muestra de $n = 64$ coches, se ha determinado que el consumo medio de agua está comprendido entre 76,1 litros y 85,9 litros. ¿Con qué nivel de confianza se ha realizado esta afirmación?

Nota: Para resolver el apartado anterior puede emplearse alguno de los siguientes valores relacionados con las tablas de la normal estándar:

$$P(Z < 2,05) = 0,98 ; P(Z < 2,326) = 0,99 ; P(Z > 1,645) = 0,05 ; P(Z > 1,96) = 0,025.$$

4.2. El 90 % de los individuos de una población tienen cuenta bancaria. Elegidos 5 individuos de esa población.

4.2.1. ¿Cuál es la probabilidad de que todos tengan cuenta bancaria?

4.2.2. Calcule la probabilidad de que, entre los 5 individuos, menos de 2 tengan cuenta bancaria.

Responda uno de los siguientes dos apartados de Álgebra: 4.3. o 4.4. (1,5 puntos)

4.3. Considere las matrices

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 0 & a & -1 \\ a & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ b \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 \\ c \\ c \end{pmatrix}$$

Expresé en forma matricial el sistema de ecuaciones que se obtiene al plantear la siguiente igualdad matricial $A \cdot B = C$.

4.4. Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & k \\ 1 & k^2 \end{pmatrix}$$

Calcule los valores de k para los que la matriz $A^t \cdot B$ tenga inversa, siendo A^t la matriz traspuesta de A .