EVALUACIÓN·DE·BACHILLERATO·PARA·EL·ACCESO·A·LA·UNIVERSIDAD¶
307·–·MATEMÁTICAS·APLICADAS·A·LAS·CIENCIAS·SOCIALES·II¶
PAU2025·JUNIO¶

NOTA IMPORTANTE: Se debe responder a un máximo de 4 cuestiones, una de cada apartado. Las cuestiones se pueden hacer en cualquier orden. En cada APARTADO se debe hacer sólo la CUESTIÓN 1 o la CUESTIÓN 2. La elección de CUESTIÓN 1 o CUESTIÓN 2 puede cambiar de un apartado a otro. Si se responden las 2 CUESTIONES de un apartado, solo se corregirá la primera CUESTIÓN contestada. Cada cuestión tiene una puntuación entre 2 y 3 puntos. Solo se podrán usar las tablas estadísticas que se adjuntan. No se podrán usar calculadoras gráficas ni programables.

APARTADO 1 (a elegir una cuestión):

CUESTIÓN 1: [2,5 puntos]

[1,5 puntos] Dadas las matrices A, B y C:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

a) Calcula C^2. **[0,25 puntos]**

b) Halla $A+B+C^2$. **[0,25 puntos]**

c) Encuentra $(A-B)^{-1}$. **[0,25 puntos]**

d) Resuelve la ecuación matricial $AX-BX=A+B+C^2$. **[0,75 puntos]**

[1 punto] Discute y resuelve, si es posible, el siguiente sistema lineal:

$$\begin{cases} 3x+2y-z=3 \\ x-y+2z=4 \\ 2x+3y-z=3 \end{cases}$$

CUESTIÓN 2:

[2,5 puntos] Una empresa del sector informático produce dos tipos de ordenadores portátiles: notebooks y gaming. La empresa obtiene 400 euros de beneficio por cada notebook y 500 euros por cada gaming.El proceso de fabricación es complejo y tiene tres fases: (1) selección y fabricación de componentes; (2) ensamblaje y (3) control de calidad. Los notebooks necesitan 2, 1 y 1 horas en cada fase, respectivamente, mientras que los gaming necesitan 1, 4 y 2 horas. En cada fase hay un límite de 14, 16 y 10 horas diarias. Se pide:

a) Si la empresa quiere maximizar el beneficio diario, formula el problema, identificando la función objetivo y las restricciones. **[0,5 puntos]**

b) Representa la región factible. **[0,75 puntos]**

c) Encuentra los vértices de esta región. **[0,5 puntos]**

d) ¿Cuántos ordenadores portátiles de cada tipo hay que producir para maximizar los beneficios diarios? **[0,5 puntos]**

e) Calcula el beneficio máximo diario posible. **[0,25 puntos]**

APARTADO 2 (a elegir una cuestión):

CUESTIÓN 1:

[3 puntos] Dada la función:

$$f(x) = \frac{x^2+3}{1-x}$$

a) Determina su dominio. **[0,5 puntos]**

b) Estudia sus asíntotas. **[0,75 puntos]**

c) Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento. **[1 punto]**

d) Calcula los máximos y mínimos locales. **[0,75 puntos]**

CUESTIÓN 2:

[3 puntos] El famoso rapero Myke Towers ofrecerá un concierto en Murcia el próximo 6 de junio en el Espacio Norte, que durará 5 horas. La asistencia al evento, medida en miles de personas, viene dada por la siguiente función:

$$N(t) = \frac{20t}{(t+1)^2}$$

donde $0 \leq t \leq 5$ y N es el número de miles de asistentes t horas después del comienzo. Se pide:

a) Estudia el crecimiento y decrecimiento de la función $N(t)$. **[1 punto]**

b) Calcula en qué hora se produce el máximo número de asistentes y a cuánto ascienden. **[1,25 puntos]**

c) Evalúa e interpreta la derivada de la función $N(t)$ en $t = 2$. **[0,25 puntos]**

c) Halla cuántos asistentes hay una vez han transcurrido 3 horas desde el comienzo del concierto. **[0,5 puntos]**

APARTADO 3 (a elegir una cuestión):

CUESTIÓN 1:

[2 puntos] Realiza:

a) Si $\int_0^2 f(x)dx = 4$, ¿a qué es igual $\int_0^2 [f(x)+3]dx$? **[0,25 puntos]**

b) Representa gráficamente el recinto del plano limitado por $f(x) = x^2$ y $g(x) = 2x+3$. Calcula su área. **[1,75 puntos]**

CUESTIÓN 2:

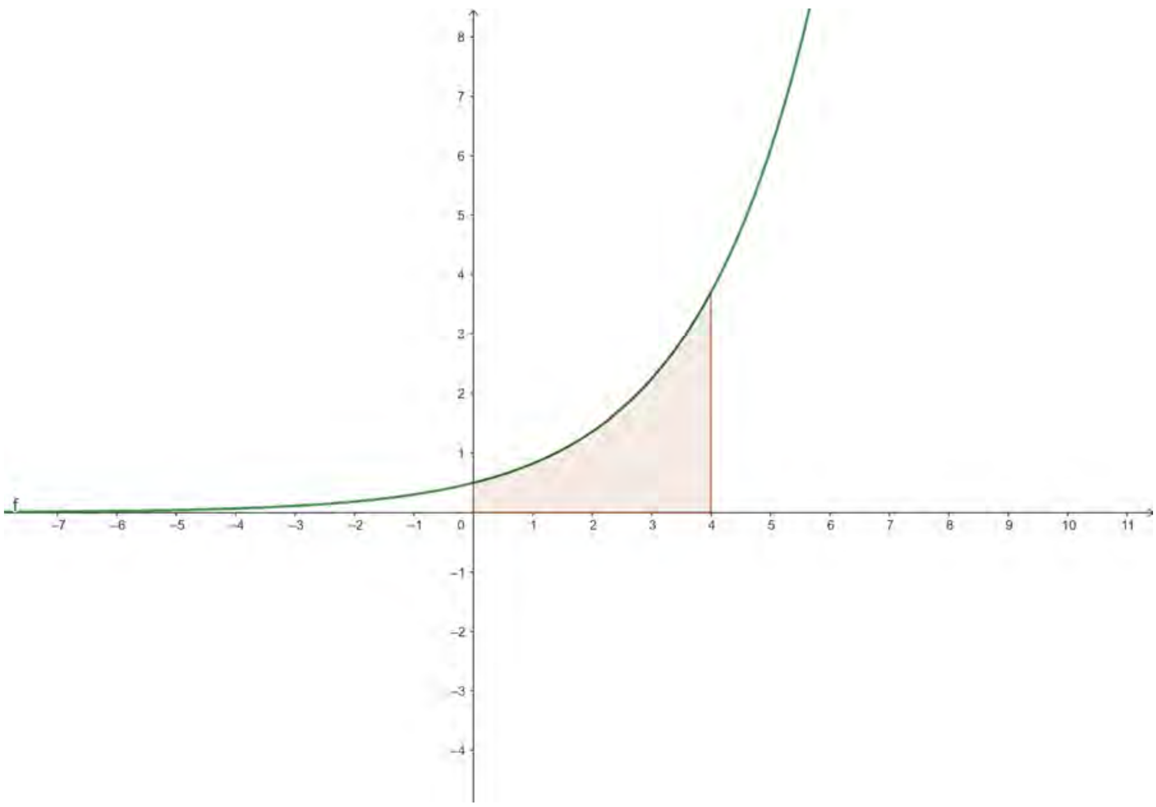
[2 puntos] Realiza:

a) Calcula los valores de los límites de integración a y b de manera que se cumpla $\int_{-2}^1 f(x)dx + \int_1^5 f(x)dx = \int_a^b f(x)dx$. **[0,25 puntos]**

b) Dada la función $f(x) = \dfrac{1}{2}e^{x/2}$:

b.1) Escribe la integral que describe el área de la región sombreada. **[0,5 puntos]**

b.2) Calcula el área. **[1,25 puntos]**



APARTADO 4 (a elegir una cuestión):

CUESTIÓN 1:

[2,5 puntos] Un grupo de investigadores de la Universidad de Murcia realizó una encuesta en la que se preguntó a 1000 personas adultas su opinión sobre establecer una edad legal para que los niños tengan teléfono móvil. Según los resultados, 560 personas, de las que 390 eran mujeres, opinaron a favor de esta medida. De las 440 personas que opinaron en contra, 280 eran hombres. Si se selecciona una persona al azar:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que esté a favor de esta medida? **[0,25 puntos]**

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la persona encuestada sea mujer? **[0,75 puntos]**

c) ¿Cuál es la probabilidad de que la persona sea mujer o esté a favor de esta medida? **[0,75 puntos]**

d) Si esa persona seleccionada al azar es hombre, ¿cuál es la probabilidad de que esté a favor de esta medida? **[0,75 puntos]**

CUESTIÓN 2:

[2,5 puntos] El peso, en kg, de los jugadores de fútbol de la Liga Nacional juvenil de la Región de Murcia sigue una distribución normal con media μ y desviación típica igual a 12 kg.

a) Si en una muestra de 64 jugadores el peso medio ha sido de 70 kg, calcula un intervalo de confianza con un 95% de confianza para la media de los pesos de los jugadores de fútbol de la Liga Nacional juvenil de la Región de Murcia. **[1 punto]**

b) Determina el tamaño mínimo que debe tener una muestra de jugadores para que el error máximo cometido en la estimación de μ sea menor que 4 kg con un nivel de confianza del 98%. **[0,75 puntos]**

c) Si $\mu = 71$ y se elige a un jugador al azar, ¿cuál es la probabilidad de que pese más de 75 kg? **[0,75 puntos]**

NOTA IMPORTANTE: Se debe responder a un máximo de 4 cuestiones, una de cada apartado. Las cuestiones se pueden hacer en cualquier orden. En cada APARTADO se debe hacer sólo la CUESTIÓN 1 o la CUESTIÓN 2. La elección de CUESTIÓN 1 o CUESTIÓN 2 puede cambiar de un apartado a otro. Si se responden las 2 CUESTIONES de un apartado, solo se corregirá la primera CUESTIÓN contestada. Cada cuestión tiene una puntuación entre 2 y 3 puntos. Solo se podrán usar las tablas estadísticas que se adjuntan. No se podrán usar calculadoras gráficas ni programables.

Como criterios de evaluación generales, las respuestas a las preguntas deben realizarse expresando de forma razonada el proceso seguido en su resolución, con el rigor y la precisión necesarios, usando el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados, y utilizando argumentos, justificaciones, explicaciones y razonamientos explícitos y coherentes. La mera descripción del planteamiento, sin que se lleve a cabo la resolución de manera efectiva, no es suficiente para obtener una valoración completa de la pregunta.

APARTADO 1 (a elegir una cuestión):

CUESTIÓN 1: [2,5 puntos]

[1,5 puntos] Dadas las matrices A, B y C:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

a) Calcula C^2. **[0,25 puntos]**

$$C^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

b) Halla $A+B+C^2$. **[0,25 puntos]**

$$A+B+C^2 = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

c) Encuentra $(A-B)^{-1}$. **[0,25 puntos]**

$$(A-B)^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

d) Resuelve la ecuación matricial $AX - BX = A+B+C^2$.
Expresión correcta y solución: **[0,5 puntos]** +**[0,25 puntos]**

$$X = (A-B)^{-1} \cdot (A+B+C^2) = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ -8 & 4 \end{pmatrix}$$

[1 punto] Discute y resuelve, si es posible, el siguiente sistema lineal:

$$\left\{\begin{array}{l} 3x+2y-z=3 \\ x-y+2z=4 \\ 2x+3y-z=3 \end{array}\right.$$

La matriz ampliada es

$$(A|b) = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & 4 \\ 3 & 2 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & -1 & 3 \end{array}\right)$$

Determinante de A **[0,25 puntos]** + **[0,25 puntos]** comparación de rangos.

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & -1 \end{vmatrix} = -10 \neq 0 \Rightarrow rg(A) = 3 = rg(A|b) = n \Rightarrow SCD$$

La solución del sistema es: **[0,50 puntos]**

$$\left\{\begin{array}{l} 3x+2y-z=3 \\ x-y+2z=4 \\ 2x+3y-z=3 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} x=1 \\ y=1 \\ z=2 \end{array}\right\}$$

CUESTIÓN 2:

[2,5 puntos] Una empresa del sector informático produce dos tipos de ordenadores portátiles: notebooks y gaming. La empresa obtiene 400 euros de beneficio por cada notebook y 500 euros por cada gaming.El proceso de fabricación es complejo y tiene tres fases: (1) selección y fabricación de componentes; (2) ensamblaje y (3) control de calidad. Los notebooks necesitan 2, 1 y 1 horas en cada fase, respectivamente, mientras que los gaming necesitan 1, 4 y 2 horas. En cada fase hay un límite de 14, 16 y 10 horas diarias. Se pide:

a) Si la empresa quiere maximizar el beneficio diario, formula el problema, identificando la función objetivo y las restricciones.

Las variables son:

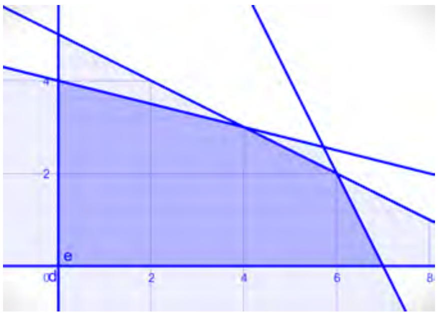
x : número de portátiles tipo notebooks.

y : número de portátiles tipo gaming.

La función objetivo es: $f(x,y) = 400x + 500y$. **[0,25 puntos]** Las restricciones de acuerdo con el enunciado son: **[0,25 puntos]**

$$\begin{cases} 2x + y \leq 14 \\ x + 4y \leq 16 \\ x + 2y \leq 10 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

b) Representa la región factible. **[0,25 puntos]**+ **[0,25 puntos]**+ **[0,25 puntos]** por representar correctamente cada inecuación (sin contar $x \geq 0$ e $y \geq 0$).



c) Encuentra los vértices de esta región.
Los vértices son: $(0,4)$, $(4,3)$, $(6,2)$, $(7,0)$, $(0,0)$. **[0,1 puntos]** por cada vértice correctamente calculado.

d) ¿Cuántos ordenadores portátiles de cada tipo hay que producir para maximizar los beneficios diarios?

En los vértices, la función objetivo vale: **[0,25 puntos]**

$f(0,4) = 2000.$

$f(4,3) = 3100.$

$f(6,2) = 3400.$

$f(7,0) = 2800.$

$f(0,0) = 0$

El valor máximo es 3400 que corresponde al punto (6,2). En consecuencia, hay que producir 6 portátiles tipo notebook y 2 portátiles tipo gaming. **[0,25 puntos]**

e) Calcula el beneficio máximo diario posible. **[0,25 puntos]**

El beneficio máximo diario es 3400 euros.

APARTADO 2 (a elegir una cuestión):

CUESTIÓN 1:

[3 puntos] Dada la función:

$$f(x) = \frac{x^2+3}{1-x}$$

a) Determina su dominio. **[0,5 puntos]**
Dominio: $\mathbb{R} - \{1\}$.

b) Estudia sus asíntotas.
Asíntota vertical: $x = 1$ **[0,25 puntos]**
Asíntota oblicua: cálculo de $m = -1$ **[0,25 puntos]**. $y = -x - 1$ **[0,25 puntos]**

c) Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
Cálculo de la derivada:

$$f'(x) = \frac{-x^2+2x+3}{(1-x)^2}$$

[0,25 puntos]
Cálculo de las raíces de $f'(x) = 0$: $x = -1$ y $x = 3$. **[0,25 puntos]**
Decrece en $(-\infty,-1)\cup(3,+\infty)$.**[0,25 puntos]**
Crece en $(-1,1)\cup(1,3)$.**[0,25 puntos]**

d) Calcula los máximos y mínimos locales.
Mínimo local en (-1,2) y máximo local en (3,-6).
Identificar $x = -1$ y $x = 3$ como valores donde hay un mínimo y un máximo locales. **[0,25 puntos]** + **[0,25 puntos]**
Calcular $f(-1)$ y $f(3)$. **[0,25 puntos]**

CUESTIÓN 2:

[3 puntos] El famoso rapero Myke Towers ofrecerá un concierto en Murcia el próximo 6 de junio en el Espacio Norte, que durará 5 horas. La asistencia al evento, medida en miles de personas, viene dada por la siguiente función:

$$N(t) = \frac{20t}{(t+1)^2}$$

donde $0 \leq t \leq 5$ y N es el número de miles de asistentes t horas después del comienzo. Se pide:

a) Estudia el crecimiento y decrecimiento de la función $N(t)$.

$$N'(t) = \frac{-20t+20}{(t+1)^3}$$

Cálculo de la derivada **[0,25 puntos]**
$N'(t) = 0$; $t = 1$ **[0,25 puntos]**
Crece en (0,1)**[0,25 puntos]**
Decrece en (1,5) **[0,25 puntos]**

b) Calcula en qué hora se produce el máximo número de asistentes y a cuánto ascienden.
El análisis del crecimiento y decrecimiento de la función realizado en el apartado (a) indica que el máximo se alcanzará cuando $t = 1$. **[0,75 puntos]**
En ese momento, el número máximo de asistentes será $N(1) = 5$. Es decir, 5000 personas. **[0,50 puntos]**

c) Evalúa e interpreta la derivada de la función $N(t)$ en $t = 2$. **[0,25 puntos]**
$N'(2) = -0,74$. Es decir, $N(3) - N(2) \approx N'(2) = -0,74$. Entre la segunda y la tercera hora se van **aproximadamente** 740 personas. (Después de dos horas, se van **aproximadamente** 740 personas del concierto).

c) Halla cuántos asistentes hay una vez han transcurrido 3 horas desde el comienzo del concierto. **[0,5 puntos]**
$N(3) = 3,75$. Es decir, una vez transcurridas 3 horas desde el comienzo hay 3750 personas.

APARTADO 3 (a elegir una cuestión):

CUESTIÓN 1:

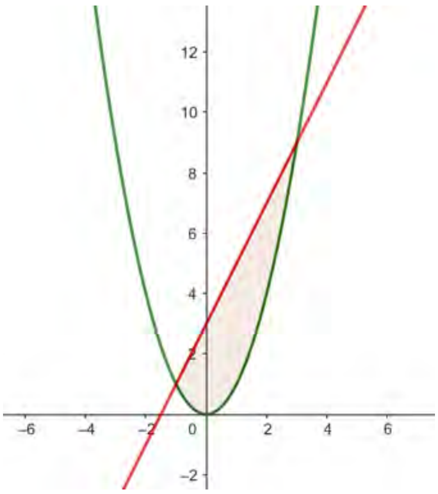
[2 puntos] Realiza:

a) Si $\int_0^2 f(x)dx = 4$, ¿a qué es igual $\int_0^2 [f(x)+3]dx$? **[0,25 puntos]**

$$\int_0^2 [f(x)+3]dx = \int_0^2 f(x)dx + 3\int_0^2 dx = 10$$

.

b) Representa gráficamente el recinto del plano limitado por $f(x) = x^2$ y $g(x) = 2x+3$. Calcula su área.



Representación gráfica. **[0,75 puntos]**

$$\int_{-1}^{3} (2x+3-x^2)dx = \left[x^2+3x-\frac{x^3}{3}\right]_{-1}^{3} = \frac{32}{3}u^2$$

Definir bien el área, aplicación correcta de regla de Barrow y solución. **[0,25 puntos]**+**[0,25 puntos]**+**[0,25 puntos]**+**[0,25 puntos]**

CUESTIÓN 2:

[2 puntos] Realiza:

a) Calcula los valores de los límites de integración a y b de manera que se cumpla $\int_{-2}^{1} f(x)dx + \int_{1}^{5} f(x)dx = \int_{a}^{b} f(x)dx$. **[0,25 puntos]**

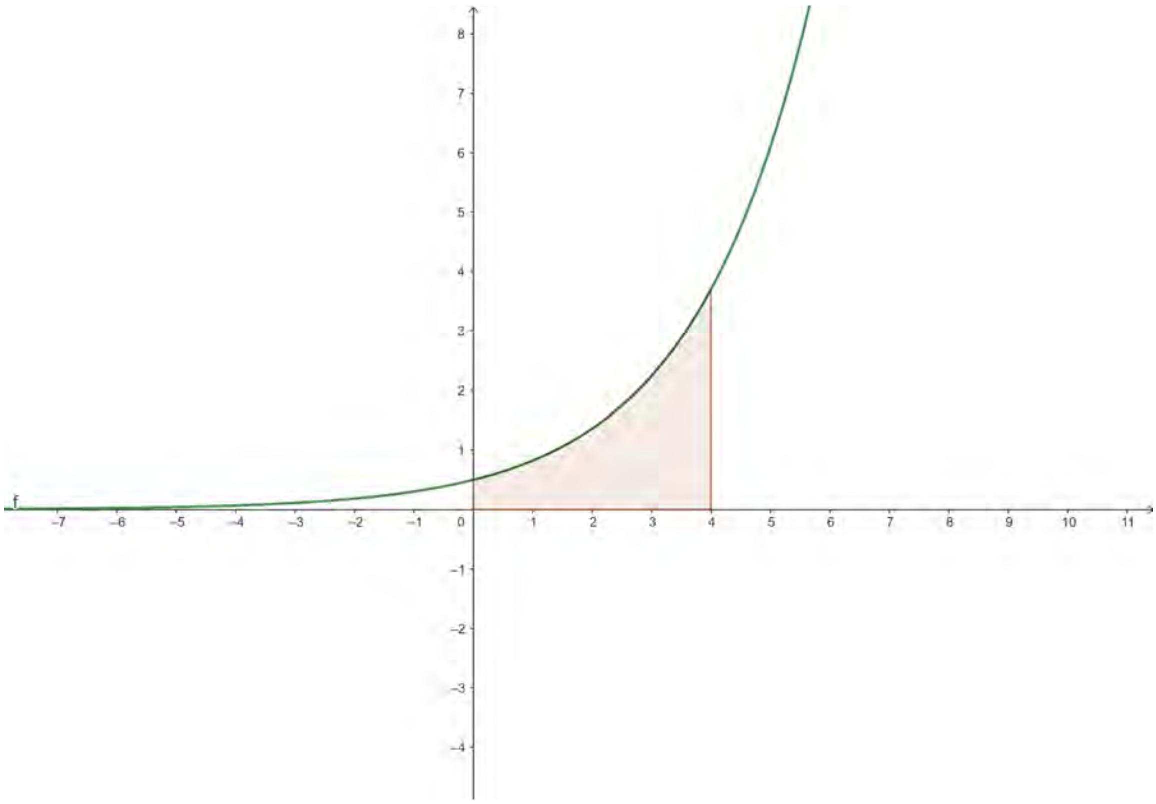
$$\int_{-2}^{1} f(x)dx + \int_{1}^{5} f(x)dx = \int_{-2}^{5} f(x)dx.$$

b) Dada la función $f(x) = \frac{1}{2}e^{x/2}$:

b.1) Escribe la integral que describe el área de la región sombreada. **[0,5 puntos]**

$$\int_{0}^{4} \frac{1}{2}e^{x/2}dx$$

b.2) Calcula el área.



$$\int_{0}^{4} \frac{1}{2}e^{x/2}dx = \left[e^{x/2}\right]_{0}^{4} = e^{2} - 1u^{2}.$$

Cálculo correcto de la primitiva, aplicación correcta de regla de Barrow y solución. **[0,75 puntos]**+**[0,25 puntos]**+**[0,25 puntos]**

APARTADO 4 (a elegir una cuestión):

CUESTIÓN 1:

[2,5 puntos] Un grupo de investigadores de la Universidad de Murcia realizó una encuesta en la que se preguntó a 1000 personas adultas su opinión sobre establecer una edad legal para que los niños tengan teléfono móvil. Según los resultados, 560 personas, de las que 390 eran mujeres, opinaron a favor de esta medida. De las 440 personas que opinaron en contra, 280 eran hombres. Si se selecciona una persona al azar:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que esté a favor de esta medida? **[0,25 puntos]**

$$P(F) = 0,56$$

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la persona encuestada sea mujer?

$$P(M) = P(M|F) \cdot P(F) + P(M|C) \cdot P(C) = 0,56 \cdot 0,6964 + 0,44 \cdot 0,3636 = 0,5499.$$

Planteamiento correcto de la probabilidad y cálculo correcto de la probabilidad **[0,25 puntos]**+**[0,25 puntos]**+**[0,25 puntos]**

c) ¿Cuál es la probabilidad de que la persona sea mujer o esté a favor de esta medida?

$$P(M \cup F) = P(M) + P(F) - P(M \cap F) = 0,5499 + 0,56 - 0,56 \cdot 0,6964 = 0,7199.$$

Planteamiento correcto de la probabilidad y cálculo correcto de la probabilidad **[0,25 puntos]**+**[0,25 puntos]**+**[0,25 puntos]**

d) Si esa persona seleccionada al azar es hombre, ¿cuál es la probabilidad de que esté a favor de esta medida?

$$P(F|H) = \frac{P(F \cap H)}{P(H)} = \frac{P(F \cap H)}{1 - P(M)} = \frac{0,56 \cdot 0,304}{1 - 0,54992} = 0,37824.$$

Planteamiento correcto de la probabilidad y cálculo correcto de la probabilidad **[0,25 puntos]**+**[0,25 puntos]**+**[0,25 puntos]**

CUESTIÓN 2:

[2,5 puntos] El peso, en kg, de los jugadores de fútbol de la Liga Nacional juvenil de la Región de Murcia sigue una distribución normal con media μ y desviación típica igual a 12 kg.

a) Si en una muestra de 64 jugadores el peso medio ha sido de 70 kg, calcula un intervalo de confianza con un 95 % de confianza para la media de los pesos de los jugadores de fútbol de la Liga Nacional juvenil de la Región de Murcia.

$$IC_{95\%} = \left(\bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

Expresión correcta **[0,50 puntos]**

$$IC_{95\%} = \left(70 - 1,96 \cdot \frac{12}{\sqrt{64}}, 70 + 1,96 \cdot \frac{12}{\sqrt{64}}\right) = (67,06, 72,94)$$

Cálculo correcto de $IC_{95\%}$ **[0,50 puntos]**

b) Determina el tamaño mínimo que debe tener una muestra de jugadores para que el error máximo cometido en la estimación de μ sea menor que 4 kg con un nivel de confianza del 98 %.

$$4 > 2,34 \cdot \frac{12}{\sqrt{n}} \rightarrowtail n > 49,28$$

El tamaño mínimo es 50.
Cálculo correcto de $z_{\alpha/2}$ para un nivel de confianza del 98 % (2,33 ó 2,34) y cálculo del tamaño mínimo **[0,25 puntos]**+**[0,50 puntos]**

c) Si $\mu = 71$ y se elige a un jugador al azar, ¿cuál es la probabilidad de que pese más de 75 kg?

$$P(Z \geq \frac{75-71}{12}) = P(Z \geq 0,3333) = 1 - P(Z \leq 0,3333) = 1 - 0,6293 = 0,3707.$$

Expresión correcta de la probabilidad y cálculo correcto **[0,25 puntos]**+**[0,25 puntos]**+**[0,25 puntos]**.