



EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD
306 – MATEMÁTICAS II
PAU2025 - JULIO

NOTA IMPORTANTE: Las cuestiones se pueden hacer en cualquier orden. En cada cuestión se debe hacer solo la opción A o la opción B. La elección de A o B puede cambiar de una cuestión a otra. Si se responden las 2 opciones de una cuestión, solo se corregirá la primera opción contestada. La puntuación máxima de cada cuestión es 2,5 puntos. Solo se podrán usar las tablas estadísticas que se adjuntan. No se podrán usar calculadoras gráficas ni programables.

CUESTIÓN 1 (a elegir entre 1A y 1B):

1A) Considere el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + 2y + kz = 2 \\ x + ky + 3z = 0 \end{cases}$$

- a) **[1]** Discuta el sistema en función del parámetro k .
- b) **[0,5]** Calcule su solución en el caso en el que sea compatible indeterminado.
- c) **[1]** Calcule su solución (expresada en función de k) para cualquier valor de k para el que el sistema sea compatible determinado.

1B) Sea A una matriz cuadrada de orden 3 que cumple que $A^2 = O$, donde O es la matriz nula de orden 3 (todos sus elementos son cero).

- a) **[0,75]** Demuestre que $(A + I)^2 = 2A + I$, y que $(A + I)^3 = 3A + I$, donde I es la matriz identidad de orden 3.
- b) **[0,75]** Demuestre que la matriz $I - A$ es inversa de la matriz $I + A$.
- c) **[1]** Resuelva la ecuación matricial $X + AX = A$ expresando X en función de A .

CUESTIÓN 2 (a elegir entre 2A y 2B):

2A) Calcule los siguientes límites:

a) **[1]** $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin(x)} \right)$

b) **[0,5]** $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2x^2 + 1}}{9x^2 + 5}$

c) **[1]** $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(e^{1/x} - 1)$

2B) Considere la función $f(x) = \operatorname{tg}^3(x)$.

- a) **[1,5]** Calcule la integral indefinida $\int f(x) dx$.
- b) **[0,75]** Calcule el área de la región delimitada por la gráfica de la función $f(x)$ y el eje OX entre los valores $x = 0$ y $x = \frac{\pi}{4}$.
- c) **[0,25]** Demuestre, sin aproximar con números decimales, que el área pedida en el apartado anterior es igual a $\frac{1}{2} \ln\left(\frac{e}{2}\right)$.



EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD
306 – MATEMÁTICAS II
PAU2025 - JULIO

CUESTIÓN 3 (a elegir entre 3A y 3B):

- 3A) a) **[1,25]** Determine el valor de a y b para que el plano $\pi : 2x + y + az = b$ contenga a la recta

$$r : \begin{cases} x + y + z = 1 \\ -x - 2y + z = 0 \end{cases}$$

- b) **[1,25]** ¿Para qué valores de a y b corta r a π ? Halle el punto de corte en el caso $a = 0$ y $b = 7$.

- 3B) Un helicóptero situado en el punto $P(1, 2, 1)$ quiere aterrizar en el plano $\pi : x + y + 3z = 0$.

- a) **[1]** Calcule la ecuación en forma continua de la recta de la trayectoria que lo lleve al punto más cercano a π .
b) **[0,75]** Halle dicho punto.
c) **[0,75]** Calcule la distancia que debe recorrer.

CUESTIÓN 4 (a elegir entre 4A y 4B):

- 4A) En un cine hay tres salas. En la sala S_1 hay 240 espectadores, en la sala S_2 hay 180 y en la sala S_3 hay 80. Se sabe que la película de la sala S_1 gusta al 40% de los espectadores, la de la sala S_2 al 50% y la de la sala S_3 al 90%. Cuando acaban las tres películas se elige a un espectador al azar.

- a) **[1]** Calcule la probabilidad de que le haya gustado la película.
b) **[0,5]** Calcule la probabilidad de que le haya gustado si ha estado en la sala S_3 .
c) **[1]** Calcule la probabilidad de que haya estado en la sala S_3 si le ha gustado.

- 4B) Un avión tiene capacidad para 260 pasajeros. Sin embargo, la compañía aérea ha vendido para un día 280 billetes. La compañía sabe que el 95% de los que compran un billete se presenta en el aeropuerto el día correspondiente. Consideramos el número de pasajeros que se presentan el día en el que se vendieron los 280 billetes.

- a) **[0,5]** Diga qué tipo de distribución de probabilidad es, indicando la media y la desviación típica.
b) **[0,75]** Calcule la probabilidad de que falten plazas en el avión.
c) **[0,5]** Calcule la probabilidad de que no falten plazas en el avión.
d) **[0,75]** Calcule la probabilidad de que ni sobren ni falten plazas en el avión.



EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD
306 – MATEMÁTICAS II
PAU2025 - JULIO

NOTA IMPORTANTE: Las cuestiones se pueden hacer en cualquier orden. En cada cuestión se debe hacer solo la opción A o la opción B. La elección de A o B puede cambiar de una cuestión a otra. Si se responden las 2 opciones de una cuestión, solo se corregirá la primera opción contestada. La puntuación máxima de cada cuestión es 2,5 puntos. Solo se podrán usar las tablas estadísticas que se adjuntan. No se podrán usar calculadoras gráficas ni programables.

CUESTIÓN 1 (a elegir entre 1A y 1B):

1A) Considere el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + 2y + kz = 2 \\ x + ky + 3z = 0 \end{cases}$$

- a) **[1]** Discuta el sistema en función del parámetro k .
 - b) **[0,5]** Calcule su solución en el caso en el que sea compatible indeterminado.
 - c) **[1]** Calcule su solución (expresada en función de k) para cualquier valor de k para el que el sistema sea compatible determinado.
- 1B) Sea A una matriz cuadrada de orden 3 que cumple que $A^2 = O$, donde O es la matriz nula de orden 3 (todos sus elementos son cero).
- a) **[0,75]** Demuestre que $(A + I)^2 = 2A + I$, y que $(A + I)^3 = 3A + I$, donde I es la matriz identidad de orden 3.
 - b) **[0,75]** Demuestre que la matriz $I - A$ es inversa de la matriz $I + A$.
 - c) **[1]** Resuelva la ecuación matricial $X + AX = A$ expresando X en función de A .

CUESTIÓN 2 (a elegir entre 2A y 2B):

2A) Calcule los siguientes límites:

- a) **[1]** $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin(x)} \right)$
- b) **[0,5]** $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2x^2 + 1}}{9x^2 + 5}$
- c) **[1]** $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(e^{1/x} - 1)$

2B) Considere la función $f(x) = \operatorname{tg}^3(x)$.

- a) **[1,5]** Calcule la integral indefinida $\int f(x) dx$.
- b) **[0,75]** Calcule el área de la región delimitada por la gráfica de la función $f(x)$ y el eje OX entre los valores $x = 0$ y $x = \frac{\pi}{4}$.
- c) **[0,25]** Demuestre, sin aproximar con números decimales, que el área pedida en el apartado anterior es igual a $\frac{1}{2} \ln \left(\frac{e}{2} \right)$.



EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD
306 – MATEMÁTICAS II
PAU2025 - JULIO

CUESTIÓN 3 (a elegir entre 3A y 3B):

- 3A) a) **[1,25]** Determine el valor de a y b para que el plano $\pi : 2x + y + az = b$ contenga a la recta

$$r : \begin{cases} x + y + z = 1 \\ -x - 2y + z = 0 \end{cases}$$

- b) **[1,25]** ¿Para qué valores de a y b corta r a π ? Halle el punto de corte en el caso $a = 0$ y $b = 7$.

- 3B) Un helicóptero situado en el punto $P(1, 2, 1)$ quiere aterrizar en el plano $\pi : x + y + 3z = 0$.

- a) **[1]** Calcule la ecuación en forma continua de la recta de la trayectoria que lo lleve al punto más cercano a π .
b) **[0,75]** Halle dicho punto.
c) **[0,75]** Calcule la distancia que debe recorrer.

CUESTIÓN 4 (a elegir entre 4A y 4B):

- 4A) En un cine hay tres salas. En la sala S_1 hay 240 espectadores, en la sala S_2 hay 180 y en la sala S_3 hay 80. Se sabe que la película de la sala S_1 gusta al 40% de los espectadores, la de la sala S_2 al 50% y la de la sala S_3 al 90%. Cuando acaban las tres películas se elige a un espectador al azar.

- a) **[1]** Calcule la probabilidad de que le haya gustado la película.
b) **[0,5]** Calcule la probabilidad de que le haya gustado si ha estado en la sala S_3 .
c) **[1]** Calcule la probabilidad de que haya estado en la sala S_3 si le ha gustado.

- 4B) Un avión tiene capacidad para 260 pasajeros. Sin embargo, la compañía aérea ha vendido para un día 280 billetes. La compañía sabe que el 95% de los que compran un billete se presenta en el aeropuerto el día correspondiente. Consideramos el número de pasajeros que se presentan el día en el que se vendieron los 280 billetes.

- a) **[0,5]** Diga qué tipo de distribución de probabilidad es, indicando la media y la desviación típica.
b) **[0,75]** Calcule la probabilidad de que falten plazas en el avión.
c) **[0,5]** Calcule la probabilidad de que no falten plazas en el avión.
d) **[0,75]** Calcule la probabilidad de que ni sobren ni falten plazas en el avión.



EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD
306 – MATEMÁTICAS II
PAU2025 - JULIO

CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

OBSERVACIONES GENERALES:

El corrector deberá ajustarse a los criterios de evaluación establecidos en este documento y en la reunión correspondiente. En ningún caso se podrá puntuar por encima de la valoración indicada en cada apartado. Se procurará que, en lo posible, los errores en un apartado no afecten a otros apartados.

Los errores simples de cálculo restarán entre 0,1 y 0,25 puntos. Los errores importantes de cálculo o errores simples reiterados pueden conllevar puntuación 0 en ese apartado. Si un error simple ha llevado a un problema más sencillo se disminuirá la puntuación.

Las preguntas contestadas correctamente sin incluir el desarrollo necesario para llegar a su resolución serán valoradas con 0 puntos.

Se valorará el correcto uso del vocabulario y de la notación. El alumno puede elegir el método que considere más oportuno para la resolución de una cuestión pero, si esto demuestra la falta de comprensión de conocimientos básicos, la puntuación final puede ser menor que la indicada para dicha cuestión.

OBSERVACIONES PARTICULARES:

CUESTIÓN 1A: [2,5 p.]

Apartado a) Discusión válida del sistema en función de k . [1 p.]

Apartado b) Cálculo correcto de la solución cuando es compatible indeterminado. [0,5 p.]

Apartado c) Cálculo correcto de la solución cuando es compatible determinado. [1 p.]

CUESTIÓN 1B: [2,5 p.]

Apartado a) Demostración de que se cumple $(A + I)^2 = 2A + I$, y que $(A + I)^3 = 3A + I$ [0,75 p.]

Apartado b) Demostración de que $I - A$ es inversa de $I + A$. [0,75 p.]

Apartado c) Demostración de que $X = A$. [1 p.]

CUESTIÓN 2A: [2,5 p.]

Apartado a) Cálculo correcto del límite pedido. [1 p.]

Apartado b) Cálculo correcto del límite pedido. [0,5 p.]

Apartado b) Cálculo correcto del límite pedido. [1 p.]



EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD
306 – MATEMÁTICAS II
PAU2025 - JULIO

CUESTIÓN 2B: [2,5 p.]

Apartado a) Cálculo correcto de la integral indefinida. [1,5 p.]

Apartado b) Comprobación correcta de que la función es no negativa en $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$. [0,25 p.]

Cálculo correcto del área pedida. [0,5 p.]

Apartado c) Demostración correcta de la igualdad pedida. [0,25 p.]

CUESTIÓN 3A: [2,5 p.]

Apartado a) Demostración correcta de que si $a = 4$ la recta no corta al plano. [0,75 p.] Demostración correcta de que si además $b = 3$ entonces la recta está contenida en el plano. [0,5 p.]

Apartado b) Demostración correcta de que la recta corta al plano para $a \neq 4$ y para cualquier valor de b . [0,5 p.] Cálculo correcto del punto de corte pedido. [0,75 p.]

CUESTIÓN 3B: [2,5 p.]

Apartado a) Cálculo correcto de la ecuación de la recta pedida. [1 p.]

Apartado b) Cálculo correcto del punto pedido. [0,75 p.]

Apartado c) Cálculo correcto de la distancia pedida. [0,75 p.]

CUESTIÓN 4A: [2,5 p.]

Apartado a) Cálculo correcto de la probabilidad pedida. [1 p.]

Apartado b) Cálculo correcto de la probabilidad pedida. [0,5 p.]

Apartado c) Cálculo correcto de la probabilidad pedida. [1 p.]

CUESTIÓN 4B: [2,5 p.]

Apartado a) Determinación del tipo de distribución. [0,5 p.]

Apartado b) Cálculo correcto de la probabilidad pedida. [0,75 p.]

Apartado c) Cálculo correcto de la probabilidad pedida. [0,5 p.]

Apartado d) Cálculo correcto de la probabilidad pedida. [0,75 p.]