Prueba de Acceso a la Universidad
Curso: 2024-2025
Asignatura: MATEMÁTICAS II

Universidad Pública de Navarra
Nafarroako Unibertsitate Publikoa

Elige una pregunta de cada bloque P, A, B y C y respóndelas.

P1) Para la realización de un trabajo se precisan de 80 horas haciendo uso de una sola máquina. Cada máquina en funcionamiento genera unos gastos de 10 euros por puesta en marcha y de otros 5 euros por cada hora de uso. Sabiendo además que por cada hora que dure el trabajo hay que pagar 18 euros a un único operario que supervisa la tarea, calcula el número de máquinas a usar para que el gasto sea mínimo. Justifica su condición de mínimo. (Observación: el tiempo necesario para realizar el trabajo es inversamente proporcional al número de máquinas empleadas). (2,5 puntos)

P2) Siendo $p(t) = 0,15 + sin^2(\frac{\pi}{2} \cdot t) \cdot cos(\frac{\pi}{2} \cdot t)$ el precio del kilowatio/hora de la luz doméstica entre los instantes $t_0 = 0$ y $t_1 = 1$:

(a) Calcula los instantes en los que el precio ha sido máximo y en los que ha sido mínimo. (1,25 puntos)

(b) Calcula el precio medio $\overline{p}$ de la luz entre los instantes $t_0 = 0$ y $t_1 = 1$, sabiendo que el valor medio de una función continua f en el intervalo $[a, b]$ $(a < b)$ es: (1,25 puntos)

$$\overline{f} = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x)dx.$$

Observación: Recuerda la necesidad de trabajar en radianes.

A1) Estudia el siguiente sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro real m y resuélvelo en los casos en que sea compatible:

$$\begin{cases} (m^2-3m)x - my + 2mz = 3 \\ (m^2-3m)x + 3y + 3mz = m+9 \\ (3m-m^2)x + my - mz = 0 \end{cases}$$

Menciona el resultado teórico empleado y justifica su uso. (2,5 puntos)

A2) Sean A y B dos matrices cuadradas 3×3 tales que $|A| = \frac{1}{4}$ y $|B| = 2$. Calcula $|C|$ sabiendo que

$$C = 2 \cdot (A \cdot B^t)^2 \cdot (B^t)^{-1}$$

(2,5 puntos)

B1) Calcula la ecuación continua de la recta t que pasa por el punto $P(2,0,-1)$ y corta a las siguientes rectas: (2,5 puntos)

$$s \equiv \begin{cases} 2x+y-3z-6=0 \\ 2x-3z-8=0 \end{cases} \qquad r \equiv \frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{1}$$

B2) Un cuadrado tiene dos vértices consecutivos $A(1,0,-1)$ y $B(1,4,2)$ y los otros dos vértices están contenidos en la recta que pasa por el punto $P(6,-4,-4)$.

(a) Calcula la ecuación de dicha recta. (0,5 puntos)

(b) Calcula la ecuación del plano perpendicular al segmento $\overline{AB}$ que pasa por A. (0,75 puntos)

(c) Calcula los otros dos vértices del cuadrado. (1,25 puntos)

C1) Sea $f(x)=cos(\frac{\pi}{2}\cdot x)\cdot ln(x^2+x-5)$.

a) Demuestra que f es continua en $[2,3]$. (0,75 puntos)

b) Demuestra que existe un punto c en $(2,3)$ tal que $f'(c)=0$. Enuncia el resultado teórico utilizado, y justifica su uso. (1,75 puntos)

C2) Se considera la función $f\,(x)=\dfrac{3x^3}{x^2-4}$. Estudia sus asíntotas y simetrías. Estudia la aproximación de la función a sus asíntotas verticales. (2,5 puntos)

Los criterios de corrección y calificación de este ejercicio pueden consultarse en la web:
https://www.unavarra.es/sites/estudios/acceso-y-admision/evau-para-estudiantes.html