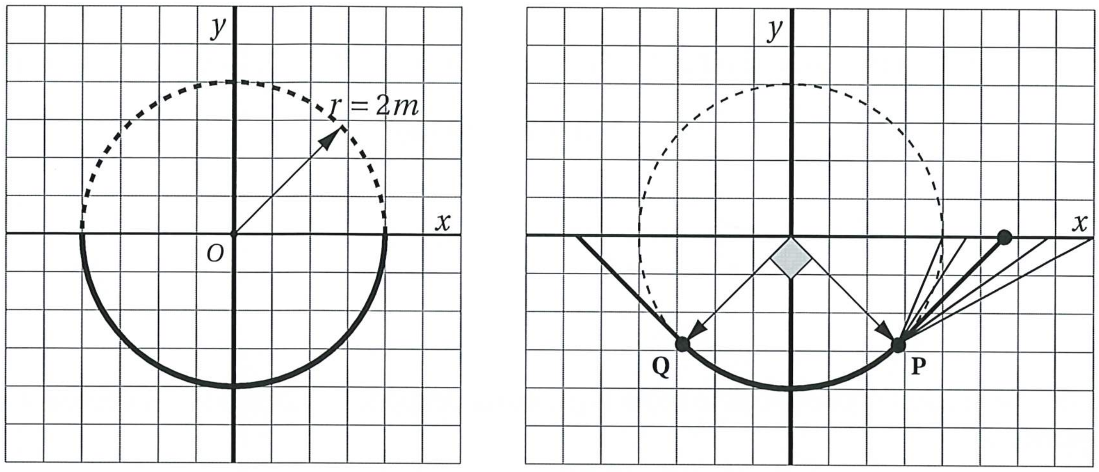
upna
Universidad Pública de Navarra
Nafarroako Unibertsitate Publikoa

Elige una pregunta de cada bloque P, A, B y C y respóndelas.

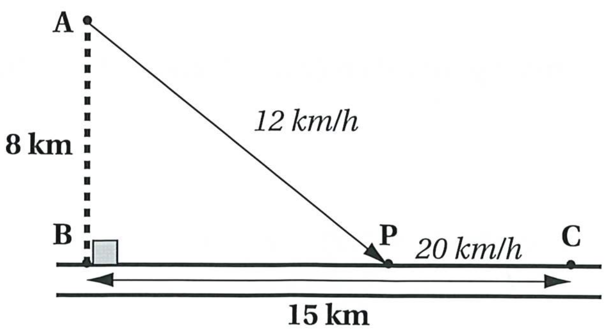
P1) El ayuntamiento de Baigorri quiere modificar la estructura del skate park que obedece a la función negativa $y = f(x)$ correspondiente a la ecuación $x^2 + y^2 = 4$, pasando este de ser un semicírculo de 2 metros de radio a tener la siguiente forma (simétrica respecto al eje OY):



(a) Calcula el punto P. (0,5 puntos)

(b) De entre todas las rectas que prolongan el arco de circunferencia $\widehat{QP}$ y pasan por P, calcula la ecuación de aquella que permite que la trayectoria del skate no se vea alterada al pasar de la curva a la recta (no hay baches). (2 puntos)

P2) Un ciclista de montaña quiere ir de un punto A, localizado en el monte a $8km$ de una pista recta, a un punto C ubicado al final de la misma. Sabiendo que por la pista circulará a $20km/h$ y fuera de ella a $12km/h$, calcula a qué distancia de B debe unirse a la pista para llegar a C en el menor tiempo posible. (2,5 puntos)



A1) Estudia el siguiente sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro real m y resuélvelo en los casos en que sea compatible:

$$\left\{\begin{array}{l} (m^2-m)x+(m+2)y-z=1-m^2 \\ (m^2-m)x+(2m+1)y=2 \\ (m-m^2)x-(2m+1)y+(m+2)z=2m+2 \end{array}\right.$$

Menciona el resultado teórico empleado y justifica su uso. (2,5 puntos)

A2) Sean A y B dos matrices cuadradas 3×3 tales que $|A|=\frac{1}{3}$ y $|B|=3$. Calcula $|C|$ sabiendo que

$$C=3\cdot (A^t)^2\cdot (A\cdot B)^{-1}$$

(2,5 puntos)

B1) Calcula la ecuación continua de la recta t que corta perpendicularmente a las rectas r y s, siendo: (2,5 puntos)

$$r\equiv\left\{\begin{array}{l} x+y-2z-10=0 \\ x+z-3=0 \end{array}\right. \qquad s\equiv\left\{\ \frac{x-4}{-1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{-1}\right.$$

B2) Calcula la ecuación del plano que equidista de los puntos $A(3,3,5)$ y $B(1,-1,1)$. Calcula la ecuación de los planos que distan del plano anterior $6u$.

(2,5 puntos)

C1) Sea $f(x)=e^{x\cdot sin(\frac{\pi}{2}\cdot x)}$.

(a) Demuestra que existe un punto c en $(2,3)$ tal que $f(c)=\frac{1}{2}$. Enuncia y justifica el resultado teórico empleado. (1,25 puntos)

(b) Demuestra que existe un punto d en $(0,2)$ tal que $f'(d)=0$. Enuncia y justifica el resultado teórico empleado. (1,25 puntos)

C2) Calcula los tres puntos de corte entre $f(x)=\sin(\pi x)$ y $g(x)=x^3-x$. Calcula el área encerrada entre ambas curvas. (2,5 puntos)
