



Universidad
del País Vasco

Euskal Herriko
Unibertsitatea

USaP

2024/25

AZTERKETA EREDUA

PAU

2024/25

MODELO DE EXAMEN



EUSKO JAURLARITZA
GOBIERNO VASCO

HEZKUNTZA SAILA

DEPARTAMENTO DE EDUCACION

**GIZARTE ZIENTZIEI
APLIKATUTAKO
MATEMATIKA II**

**MATEMÁTICAS
APLICADAS A LAS
CC SOCIALES II**

INSTRUCCIONES PARA EL EXAMEN

- El examen consta de cinco problemas:
 - **El problema 1 es competencial y de respuesta obligatoria.**
 - **Elegir tres problemas de los cuatro restantes. En cada uno de estos problemas elegidos se responderá a uno de los dos apartados.**
- En caso de responder a más preguntas de las estipuladas, las respuestas se corregirán en orden hasta llegar al número necesario.
- Está permitido el uso de calculadoras científicas **que no presenten** ninguna de las siguientes prestaciones:
 - pantalla gráfica
 - posibilidad de transmitir datos
 - programable
 - resolución de ecuaciones
 - operaciones con matrices
 - cálculo de determinantes
 - derivadas e integrales
 - almacenamiento de datos alfanuméricos.
- **Observación importante:** No se permitirá el uso de lapicero ni de bolígrafo rojo para la elaboración de la prueba.
- **No olvides incluir el código en cada una de las hojas del examen.**

**GIZARTE ZIENTZIEI
APLIKATUTAKO
MATEMATIKA II**

**MATEMÁTICAS
APLICADAS A LAS
CC SOCIALES II**

PROBLEMA 1 [2, 5 *puntos*]

La elaboración de tapices es un arte que se transmite de generación en generación, por lo que la mayoría de los maestros tejedores tienen experiencia en tapicería tradicional y están capacitados para aprender las técnicas y procesos.

Con el fin de planificar la producción de estas pequeñas obras de arte, un fabricante egipcio organiza las necesidades de materia prima por meses y las unidades producidas por metro lineal. En un determinado mes dispone de 50 kg de hilo de seda, 40 kg de hilo de plata y 22,5 kg de hilo de oro.

Para crear algunos tapices se suelen necesitar días y emplear materiales más económicos (tipo A); otros, en cambio, se suelen tardar semanas y requerir de materiales de mayor calidad y coste para su creación (tipo B); pero todos ellos necesitan la paciencia y la atención de los expertos en los detalles para convertirse en una pieza de artesanía.

Para fabricar un metro lineal de tapiz del tipo A se necesitan 100 g de hilo de seda y 200 g de hilo de plata; y para cada metro lineal del tipo B, 200 g de hilo de seda, 100 g de hilo de plata y 100 g de hilo de oro.

El metro lineal de tapiz del tipo A se vende a 2.000 €, y en el caso del tipo B a 3.000 €.

Si se vende todo lo que se fabrica:

- [1, 6 *puntos*] ¿Cuántos metros lineales de cada tipo de tapiz deben elaborarse ese mes para maximizar los ingresos?
- [0, 3 *puntos*] ¿A cuánto asciende dicho ingreso máximo?
- [0, 6 *puntos*] ¿Qué cantidades de hilo de seda, plata y oro quedarán cuando se fabriquen los metros lineales de cada tipo de tapiz que generan el ingreso máximo?

**GIZARTE ZIENTZIEI
APLIKATUTAKO
MATEMATIKA II**

**MATEMÁTICAS
APLICADAS A LAS
CC SOCIALES II**

PROBLEMA 2

**En caso de elegir este problema hay que responder a uno de estos dos apartados:
APARTADO 2.1 o APARTADO 2.2**

APARTADO 2.1 [2,5 puntos]

Una tienda dispone de latas de conserva de tomate de tres fabricantes: A, B y C.

El fabricante A envasa el tomate en latas de 250 g, el fabricante B lo envasa en latas de 500 g y el fabricante C en latas de 1 kg. Dichas latas de tomate se venden a 1, 1,8 y 3,3 €, respectivamente.

Compramos 20 latas que tienen un peso total de 10 kg y un valor total de 35,6 €. Queremos saber cuántas latas hemos comprado de cada fabricante.

- a) [1 punto] Plantea el sistema de ecuaciones que resuelve el problema.
- b) [1,5 puntos] Resuelve el problema.

APARTADO 2.2 [2,5 puntos]

Dada la matriz $A(a)$:

$$A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & a & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- a) [0,6 punto] Calcula, razonadamente, el valor de a para que el determinante de $A^2(a)$ valga 4.
- b) [1 punto] Comprueba si la matriz $A(a)$ es regular (invertible) para los valores de a obtenidos en el apartado anterior. Si es regular para el caso $a = 2$, calcula $A^{-1}(a)$.
- c) [0,9 puntos] Determina la siguiente matriz M y el valor de su determinante:

$$M = A^t(2) \cdot A^{-1}(2)$$

**GIZARTE ZIENTZIEI
APLIKATUTAKO
MATEMATIKA II**

**MATEMÁTICAS
APLICADAS A LAS
CC SOCIALES II**

PROBLEMA 3

En caso de elegir este problema hay que responder a uno de estos dos apartados:
APARTADO 3.1 o APARTADO 3.2

APARTADO 3.1 [2,5 puntos]

Las funciones $E(x)$ y $D(x)$ representan, respectivamente, el rendimiento de dos pintores, Eneko y Deiene un determinado día que trabajan durante 8 horas.

Ambas funciones miden los metros cuadrados pintados por hora y se pueden determinar mediante las expresiones:

$$E(x) = -x^2 + 19x + 66 \quad 0 \leq x \leq 8$$

$$D(x) = -x^2 + 5x + 150 \quad 0 \leq x \leq 8$$

- [0,3 puntos] ¿Qué pintor tiene mejor rendimiento inicial?
- [0,6 puntos] ¿Cuál es el mayor rendimiento de Eneko? ¿Cuándo se da?
- [0,5 puntos] ¿Cuál es el mayor rendimiento de Deiene? ¿Cuándo se da?
- [0,3 puntos] ¿Cuándo tienen ambos el mismo rendimiento?
- [0,8 puntos] Al final de la jornada laboral de ese día, ¿cuántos m^2 ha pintado Deiene en total?

APARTADO 3.2 [2,5 puntos]

Sea la función $f(x): (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definida como:

$$f(x) = \frac{ax^2 + b}{x}$$

Sabemos que la recta $y = -2$ es la recta tangente a la función $f(x)$ en el punto $x = 1$.

- [1,25 puntos] Calcula el valor de los parámetros a y b .
- [0,75 puntos] Halla los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x)$, cuando $a = b = -1$.
- [0,5 puntos] Para los valores $a = b = -1$, ¿tiene la función, $f(x)$, algún máximo o mínimo relativo? En caso afirmativo, determínalo.

**GIZARTE ZIENTZIEI
APLIKATUTAKO
MATEMATIKA II**

**MATEMÁTICAS
APLICADAS A LAS
CC SOCIALES II**

PROBLEMA 4

**En caso de elegir este problema hay que responder a uno de estos dos apartados:
APARTADO 4.1 o APARTADO 4.2**

APARTADO 4.1 [2,5 puntos]

Una bolsa contiene tres cartas del mismo tamaño con caras de diferentes colores.

Una carta es roja por las dos caras, otra tiene una cara blanca y otra roja, y la tercera tiene una cara negra y otra blanca.

Se saca una carta al azar y se muestra, también al azar, una de sus caras.

- a) [1 puntos] ¿Cuál es la probabilidad de que la cara mostrada sea roja?
- b) [1,5 puntos] Si la cara mostrada es blanca, ¿cuál es la probabilidad de que la otra cara sea roja?

APARTADO 4.2 [2,5 puntos]

Iker dispone de dos días para preparar un examen. La probabilidad de estudiar solamente el primer día es del 10 %, la de estudiar los dos días es del 10 % y la de no hacerlo ningún día es del 25 %.

Calcular la probabilidad de que Iker estudie para el examen en cada uno de los siguientes casos:

- a) [0,75 puntos] El segundo día.
- b) [1 punto] Solamente el segundo día.
- c) [0,75 puntos] El segundo día sabiendo que no ha estudiado el primero.

**GIZARTE ZIENTZIEI
APLIKATUTAKO
MATEMATIKA II**

**MATEMÁTICAS
APLICADAS A LAS
CC SOCIALES II**

PROBLEMA 5

**En caso de elegir este problema hay que responder a uno de estos dos apartados:
APARTADO 5.1 o APARTADO 5.2**

APARTADO 5.1 [[2,5 puntos]]

En un determinado año, la nota de la Prueba para el Acceso a la Universidad, PAU, del alumnado que se ha preinscrito en el *Grado en Arquitectura Técnica* sigue una distribución normal de media 6,8 puntos y desviación típica 0,6 puntos.

Por otro lado, la nota del alumnado que se ha preinscrito en el *Grado en Biomedical Engineering* sigue una distribución normal de media 7 puntos y desviación típica 0,5 puntos.

En ambos casos solo se puede admitir al 25 % del alumnado preinscrito que tiene las mejores calificaciones. Si Yolanda ha obtenido una nota de 7,25 puntos y Teresa de 7,45 puntos, ¿a qué grados tendrán opción de acceso?

APARTADO 5.2 [[2,5 puntos]]

La estatura (en centímetros) del personal del servicio foral de extinción de incendios y salvamento es una variable aleatoria, X , que sigue una distribución normal de media μ y varianza 169 cm^2 .

A partir de una muestra aleatoria simple de tamaño 81 se estima que la media es 175 cm .

- a) [[0,4 puntos]]** Indica cuál es la distribución de la media muestral, \bar{X} .
- b) [[0,75 puntos]]** ¿Cuál es la probabilidad de que la estatura media esté entre 172 y 182 cm ?
- c) [[0,75 puntos]]** En la distribución de la media muestral, \bar{X} , obtén el intervalo característico para el 99 %.
- d) [[0,6 puntos]]** Si se quiere estimar la estatura media del personal de dicho servicio de forma que el error máximo admisible no sobrepase los 2 cm , con un nivel de confianza del 94 %, ¿cuántas personas se tendrán que escoger para formar parte de la muestra?

