

**MATEMATIKA II**

**MATEMÁTICAS II**

***No olvides incluir el código en cada una de las hojas de examen.***

***Este examen tiene CINCO ejercicios, de 2,5 puntos cada uno. EL PRIMER EJERCICIO ES OBLIGATORIO y de los otros cuatro debes elegir TRES.***

***En caso de responder a más preguntas de las estipuladas, las respuestas se corregirán en orden hasta llegar al número necesario.***

***Las respuestas deben escribirse con bolígrafo azul o negro. No pueden usarse ni lápiz, ni bolígrafo borrable, ni bolígrafo de otro color.***

No se podrán usar calculadoras que tengan alguna de las siguientes prestaciones:

- pantalla gráfica, posibilidad de transmitir datos, programable,
- resolución de ecuaciones, operaciones con matrices,
- cálculo de determinantes,
- cálculo de derivadas e integrales,
- almacenamiento de datos alfanuméricos.



## MATEMATIKA II

## MATEMÁTICAS II

**EJERCICIO OBLIGATORIO (2,5 puntos).** Los estudios publicados en “Anales Españoles de Pediatría” respecto a las curvas de desarrollo fetal de los recién nacidos en el Hospital de Cruces en 2024 revelan que el peso de los 9476 recién nacidos sigue una distribución normal con media 3372g y desviación típica de 405g.

- (a) **(1 punto)** Elegido al azar un recién nacido en el Hospital de Cruces en 2024, calcula la probabilidad de que su peso haya sido superior a 3kg.
- (b) **(1 punto)** Calcula el número probable de recién nacidos en el Hospital de Cruces en 2024 cuyo peso esté en el rango comprendido entre 3kg y 3,5kg.
- (c) **(0,5 puntos)** Utilizando únicamente los resultados de los apartados anteriores, razona si es correcto afirmar que la cantidad de recién nacidos en el Hospital de Cruces en 2024 con un peso en el rango comprendido entre 3,1kg y 3,3kg debería estar entre 4500 y 4700.

**SEGUNDO EJERCICIO (2,5 puntos).** Responde **solo a una** de las opciones.

**(2A)** Se tiene el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} \alpha x - 2y + z = \alpha \\ x - 2y + \alpha z = \alpha \\ -2x + y + \alpha z = -2. \end{cases}$$

- (a) **(1 punto)** Encuentra los valores del parámetro  $\alpha$  para los que el sistema tiene una única solución.
- (b) **(0,75 puntos)** ¿Hay algún valor del parámetro  $\alpha$  para el que el sistema no tiene solución? Razona tu respuesta.
- (c) **(0,75 puntos)** ¿Hay algún valor del parámetro  $\alpha$  para el que el sistema tiene más de una solución? Si la respuesta es afirmativa, calcula esos valores de  $\alpha$  y, para cada uno de ellos, encuentra dos soluciones distintas del sistema.

**MATEMATIKA II**

**MATEMÁTICAS II**

**(2B)** Sean  $a$  y  $b$  dos números reales y sea

$$A = \begin{pmatrix} a + b & 2a \\ 2b & a + b \end{pmatrix}.$$

(a) **(0,75 puntos)** Decide si existe la inversa de  $A$  en función de los valores de los parámetros  $a$  y  $b$ .

(b) **(1,75 puntos)** En el caso particular en que  $a = 1$  y  $b = 2$  resuelve, si es posible, la ecuación matricial

$$AX - A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

**TERCER EJERCICIO (2,5 puntos).** Responde **solo a una** de las opciones.

**(3A) (2,5 puntos)** Se consideran las siguientes rectas:

$$r_1 \equiv \begin{cases} x + y - 2z = 0 \\ 2x - 3y + z = 1 \end{cases} \quad r_2 \equiv \begin{cases} x = 3t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

Calcula la ecuación del plano que contiene a  $r_1$  y pasa por el punto de intersección del plano  $\pi \equiv x - 3y - 2z + 7 = 0$  y la recta  $r_2$ .

**(3B)** Se consideran la recta  $r$  que pasa por los puntos  $A(-4, 4, 1)$  y  $B(1, 0, -1)$  y la recta  $s$  que pasa por los puntos  $C(-2, 7, -1)$  y  $D(2, 3, -1)$ .

(a) **(1,5 puntos)** Calcula la posición relativa de la recta  $r$  con respecto de la recta  $s$ .

(b) **(1 punto)** En caso de ser paralelas o cruzarse, calcula la distancia entre ambas. Si se cortan, calcula el punto de intersección.

**MATEMATIKA II**

**MATEMÁTICAS II**

**CUARTO EJERCICIO (2,5 puntos).** Responde **solo a una** de las opciones.

**(4A)** Se considera la función  $f(x) = x^4 + Ax^3 + x^2 + Bx$ .

(a) **(1 punto)** Calcula los valores de los parámetros  $A$  y  $B$  para que las rectas tangentes a la gráfica de  $f$  en los puntos de abscisa  $x = 0$  y  $x = 1$  sean horizontales.

(b) **(1,5 puntos)** Con los valores de  $A$  y  $B$  que has obtenido en el apartado anterior, estudia los intervalos de crecimiento y decrecimiento de  $f$ .

**(4B)** En la empresa “MARKOAK” fabrican marcos para cuadros. En esta ocasión les han solicitado marcos para 274 cuadros rectangulares. Todos los cuadros tienen las mismas dimensiones y una superficie de  $0,3\text{m}^2$ . Para cada marco van a emplear dos tipos de material: las partes horizontales serán de un material cuyo coste es de  $12\text{€/m}$  y para las verticales utilizarán un material cuyo coste es de  $10\text{€/m}$ . La empresa que ha realizado el pedido quiere pagar lo mínimo posible. Calcula:

(a) **(2 puntos)** cuáles deben ser las medidas de los cuadros para pagar el mínimo posible;

(b) **(0,5 puntos)** a cuánto ascenderá la factura.

**QUINTO EJERCICIO (2,5 puntos).** Responde **solo a una** de las opciones.

**(5A)** Calcula las dos integrales siguientes:

(a) **(1,25 puntos)**  $\int 2x \cos(2x + 5) dx$ .

(b) **(1,25 puntos)**  $\int \frac{x + 495}{x^2 - 2025} dx$ .

**(5B)** Se consideran las curvas de ecuaciones  $y = (x - 1)^2$ ,  $y = (x + 1)^2$  e  $y = 7 - 3x$ .

(a) **(1,25 puntos)** Dibuja el recinto del primer cuadrante limitado por esas tres curvas.

(b) **(1,25 puntos)** Calcula el área del recinto del apartado anterior.