



Prueba de Acceso a la Universidad (PAU)

Curso 2024/2025

ASIGNATURA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

Tiempo: 1 HORA Y 30 MINUTOS

El examen consta de 4 ejercicios. La PARTE 1 consta de dos ejercicios, cada uno de los cuales se puntúa con 2 puntos: el primero de carácter competencial y obligatorio; el segundo puede elegirse entre dos opciones dadas. En las PARTES 2 y 3 se realizará un ejercicio en cada una, puntuado con 3 puntos, con posibilidad de elegir entre dos opciones.

Todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Se permite el uso de calculadoras científicas siempre que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad de almacenar o transmitir datos. Si el estudiante es sorprendido con una calculadora no autorizada, podrá ser expulsado del examen; en todo caso, se le retirará la calculadora sin que tenga derecho a que le proporcionen otra.

PARTE 1. NÚMEROS Y ÁLGEBRA

EJERCICIO 1

1. Una empresa fabrica dos modelos de joyas: A y B. Para fabricar una joya del modelo A necesita 2 gramos de oro y 4 gramos de plata; para cada una del modelo B, se precisa de 4 gramos de oro y 2 gramos de plata. La disponibilidad máxima semanal es de 420 gramos de oro y de 360 gramos de plata. Si el beneficio que obtiene es de 60 euros por cada unidad de A y 80 euros por cada una de B, se pide:

- (0,5 PUNTOS)** Plantea el problema de programación lineal que permita saber cuántas joyas de cada modelo (A y B) se deben producir para maximizar el beneficio.
- (0,5 PUNTOS)** Representa la región factible.
- (0,5 PUNTOS)** Calcula las coordenadas de los vértices de dicha región.
- (0,5 PUNTOS)** Calcula el número de joyas de cada modelo que se deben fabricar con el fin de maximizar el beneficio. ¿A cuánto ascendería este beneficio?

EJERCICIO 2

Elige una, y sólo una, de las dos opciones siguientes (2.1 o 2.2):

(Opción 1)

2.1. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} k & 3 & 0 \\ 1 & k & 4 \\ k+3 & 8 & 4 \end{pmatrix}$ (k : número real), se pide:

- (1 PUNTO)** Calcula para qué valores de "k" la matriz A posee rango 3.
- (1 PUNTO)** Para $k = 1$, calcula una matriz X que verifique la igualdad: $A X = \begin{pmatrix} 11 \\ 9 \\ 36 \end{pmatrix}$

(Opción 2)

2.2. (2 PUNTOS) Un grupo de niños de una clase han reunido, para vender en el mercadillo solidario de su colegio, objetos de tres tipos: imanes para nevera, bolas navideñas y llaveros. Cada imán lo han vendido a 1€, cada bola navideña, a 1,50 € y cada llavero, a 2€. Han vendido todos los objetos que habían reunido y de dicha venta han obtenido un total de 87€. El número de bolas navideñas representaba el 80% del número de imanes; con la venta de las bolas de Navidad han obtenido 2€ menos que con la venta de los llaveros. Calcula el número de objetos de cada tipo (imanes, bolas y llaveros) que han vendido.

PARTE 2. ANÁLISIS

EJERCICIO 3

Elige una, y sólo una, de las dos opciones siguientes (3.1 o 3.2):

(Opción 1)

3.1. Dada la función $f(x) = x^3 + a x^2 + 21 x + b$ (a y b: números reales), se pide:

- (0,75 PUNTOS)** Calcula qué valores deben tomar "a" y "b" para que f(x) tenga un extremo relativo en $x=1$ y la gráfica de f(x) pase por el punto (0, 3).
- (1,25 PUNTOS)** Para $a = -12$ y $b = 100$: calcula los máximos y mínimos, relativos y absolutos, de f(x) en el intervalo cerrado [0, 8].
- (1 PUNTO)** Calcula el valor que debe tomar "a" para que se cumpla la igualdad:

$$\int_0^2 (3x^2 + 2ax + 21) dx = 30$$

(Opción 2)

3.2. El beneficio de una empresa, expresado en miles de euros, a lo largo de 6 meses viene dado por la función:

$$f(t) = t^3 - 9t^2 + 24t + 8, \quad 0 \leq t \leq 6,$$

siendo t: número de meses transcurridos.

- (1 PUNTO)** Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento del beneficio. Calcula en qué mes ha obtenido la empresa el máximo beneficio en el intervalo de tiempo considerado, [0, 6] y cuál es valor de dicho beneficio.
- (1 PUNTO)** Estudia si hay o no puntos de inflexión y en el caso de haberlos, calcúlalos. Representa gráficamente la función en el intervalo [0, 6].
- (1 PUNTO)** Calcula el área limitada por la gráfica de f, el eje X y las rectas $x=0$ y $x=2$.

PARTE 3. PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

EJERCICIO 4

Elige una, y sólo una, de las dos opciones siguientes (4.1 o 4.2):

(Opción 1)

4.1. Resuelve los apartados A) y B):

A) (1 PUNTO) El examen de cierta materia se compone de dos partes: una teórica y otra práctica. Se sabe que un 20% de los estudiantes aprueban ambas partes; un 70% aprueba la parte teórica; y un 40% aprueba la parte práctica. Elegido un estudiante al azar entre los presentados, se pide:

- Probabilidad de que apruebe la parte práctica si ha aprobado la parte teórica.
- Probabilidad de que apruebe alguna de las dos partes.

B) (2 PUNTOS) El peso, en gramos, de un cierto tipo de cobayas sigue una distribución normal de media μ y desviación típica 100 gramos.

B.1) Se ha tomado una muestra aleatoria de 100 cobayas y su peso medio ha sido de 255 gramos. Calcula un intervalo de confianza del 93% para estimar μ .

B.2) Supongamos que $\mu = 250$ gramos: si se considera una muestra aleatoria con 25 cobayas, calcula la probabilidad de que el peso medio de la muestra se encuentre entre 230 gramos y 280 gramos.

(Opción 2)

4.2. Resuelve los apartados A) y B):

A) (1 PUNTO) Una empresa fabrica tres tipos de piezas mecánicas A, B y C. Para dicha fabricación se dispone de tres máquinas distintas M1, M2 y M3. El número de piezas fabricadas por cada máquina se indica en la siguiente tabla:

	Piezas tipo A	Piezas tipo B	Piezas tipo C	Total
M1	50	60	40	150
M2	40	75	55	170
M3	45	65	70	180
Total	135	200	165	500

Se elige una pieza al azar. Se pide:

A.1) Calcula la probabilidad de que no haya sido fabricada por la máquina 1.

A.2) Si la pieza es de tipo B, calcula la probabilidad de que haya sido fabricada por la máquina 2.

B) (2 PUNTOS) El peso de las mujeres estudiantes de cierta universidad sigue una distribución normal de media μ y desviación típica 6 kg.

B.1) Se toma una muestra aleatoria con 64 mujeres de dicha universidad y la media de sus pesos es 66 kg. Calcula un intervalo de confianza al 99% para la media μ .

B.2) ¿Qué tamaño mínimo debe tener la muestra para que al estimar μ con la media muestral al mismo nivel de confianza, el error sea a lo sumo de 2 kg?



Prueba de Acceso a la Universidad (PAU)

Curso 2024/2025

ASIGNATURA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

Tiempo: 1 HORA Y 30 MINUTOS

CRITERIOS ESPECIFICOS DE CORRECCIÓN Y EVALUACIÓN

EJERCICIO 1 (2 PUNTOS)

- Plantear las restricciones del problema (0,3 puntos)
Expresión de la función objetivo (0,2 puntos)
- Representación gráfica de la región factible (0,5 puntos)
- Cálculo de las coordenadas de los vértices de la región factible (0,5 puntos)
- Evaluar la función objetivo en los vértices (0,2 puntos)
Calcular el número de joyas de cada tipo a producir (0,2 puntos)
Valor del beneficio máximo (0,1 puntos)

EJERCICIO 2 (2 PUNTOS)

Opción 2.1.

- Calcular valores de "k" para los que A tiene rango 3 (1 punto)
- Calcular la matriz X (1 punto).

Opción. 2.2.

Plantear sistema de ecuaciones lineales a partir de los datos dados en el enunciado (1 punto); resolver el sistema (1 punto).

EJERCICIO 3 (3 PUNTOS)

Opción 3.1.

- Plantear condiciones $f'(1) = 0$, $f(0) = 3$ y calcular "a" y "b" (0,75 puntos).
- Extremos relativos: Calcular los puntos críticos y clasificarlos (0,75 puntos)
Hallar los extremos absolutos (0,5 puntos).
- Calcular primitiva; aplicar regla de Barrow y resolver ecuación resultante (1 punto).

Opción. 3.2.

- Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento; calcular el máximo absoluto de f en el intervalo dado (1 punto)
- Calcular los puntos de inflexión y hacer la representación gráfica (1 punto)
- Plantear área mediante integral definida, calcular primitiva y aplicar regla de Barrow (1 punto).

EJERCICIO 4 (3 PUNTOS)

Opción 4.1.

- A.1) Calcular P (PR/T) (0,5 puntos)
A.2) calcular P (PR \cup T) (0,5 puntos).

- B) B.1) Indicar correctamente la fórmula del intervalo de confianza (0,25 puntos); cálculo de $z_{\alpha/2}$ (0,5 puntos); indicar el intervalo pedido (0,25 puntos).
B.2) \bar{X} sigue distribución $N(\mu, \sigma/\sqrt{n})$ (0,5 puntos); probabilidad pedida (0,5 puntos).

Opción 4.2.

- A) A.1) Calcular $P(\bar{M}1)$ (0,5 puntos)
A.2) cálculo de $P(M2/B)$ (0,5 puntos).
- B) B.1) Indicar correctamente la fórmula del intervalo de confianza (0,25 puntos); cálculo de $z_{\alpha/2}$ (0,5 puntos); indicar el intervalo pedido (0,25 puntos)
B.2) Indicar la fórmula del error: $E = z_{\alpha/2} \sigma/\sqrt{n} < 2$ (0,5 puntos); hallar el valor de n (0,5 puntos)