UNIVERSIDAD DE LA RIOJA

Prueba de Acceso a la Universidad (PAU)
Curso 2024–2025
ASIGNATURA: MATEMÁTICAS II

El examen consta de una primera pregunta de carácter competencial y obligatoria. Además, hay 3 preguntas más con posibilidad de elección entre apartados.

Cada pregunta se puntúa con 2,5 puntos.

Todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Se permite el uso de calculadoras científicas siempre que no sean programables ni gráficas ni con capacidad de almacenar o trasmitir datos. Si el estudiante es sorprendido con una calculadora no autorizada, podrá ser expulsado del examen; en todo caso, se le retirará la calculadora sin que tenga derecho a que le proporcionen otra.

APARTADO 1. ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD (2,5 puntos)

La producción de vino por hectárea (ha) de terreno en una comarca sigue una distribución $N(\mu, \sigma)$. Los datos históricos indican que solo en el 2 % de los años la producción supera los $9000 kg/ha$, mientras que en el 56 % de los años queda por debajo de los $8315 kg/ha$.

a) (1,75 puntos) Calcula la media y la desviación típica de la distribución.

b) (0,75 puntos) Calcula la probabilidad de que la producción supere los $8500 kg/ha$ en un año elegido al azar.

(Véase la tabla simplificada de la **normal tipificada** que aparece al final del examen)

APARTADO 2. ANÁLISIS (2,5 puntos)

Responda a uno de los dos apartados 2.1 o 2.2

2.1 (2,5 puntos) La vela de un barco tiene forma de triángulo rectángulo. Si la hipotenusa mide 8 m, calcula las dimensiones para que la superficie de la vela sea máxima.

2.2 (2,5 puntos) Sea la función $f(x) = -x^2 + \alpha x + 11$, donde α es un parámetro real. Calcula el valor de α para que $f(x)$ tenga un máximo relativo en $x = 1/2$. Para ese valor de α calcula el área encerrada entre las gráficas $f(x)$ y $f'(x)$.

APARTADO 3. NÚMEROS Y ÁLGEBRA (2,5 puntos)

Responda a uno de los dos apartados 3.1 o 3.2

3.1 Responda a los dos subapartados siguientes.

a) (1,25 puntos) Dado el sistema de ecuaciones homogéneo

$$\left\{\begin{array}{rcl} 3x+y-z & = & 0 \\ 3x+2y-mz & = & 0 \\ x-y-z & = & 0 \end{array}\right.$$

indica para qué valores de m el sistema tiene solamente la solución trivial. Resuelve el sistema anterior para un valor de m que lo haga compatible indeterminado.

b) (1,25 puntos) Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, resuelve el sistema

$$\left(A - \frac{1}{3}A^T\right) \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ 1 \end{pmatrix}$$

donde A^T es la matriz traspuesta de A.

3.2 Responda a los dos subapartados siguientes.

a) (1,25 puntos) Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix},$$

estudia el rango de la matriz $A - \lambda I$, según los valores de $\lambda \in \mathbb{R}$, donde I es la matriz identidad de orden 3.

b) (1,25 puntos) Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & -1 \end{pmatrix},$$

calcula su determinante. ¿Qué solución tiene el sistema $AX = b$ siendo $b = (0,0,0,0)^T$?. Nota, b^T denota matriz traspuesta de b.

APARTADO 4. GEOMETRÍA (2,5 puntos)

Responda a uno de los dos apartados 4.1 o 4.2

4.1 Responda a los dos subapartados siguientes.

a) (1,25 puntos) Obtén el valor del m para el cual las rectas $r \equiv x = y = z-m$ y

$$s \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{2y}{3} = 2z - 2$$

se cortan. Calcula el punto de corte de r y s para el valor de m calculado.

b) (1,25 puntos) Se consideran los puntos $P = (0,2,-1)$ y $Q = (2,-2,1)$. Encuentra la ecuación del plano π que cumple que los dos puntos son simétricos respecto a él.

4.2 Responda a los dos subapartados siguientes.

a) (1,25 puntos) Dala la recta r, $r \equiv x-2 = y+1 = -z$, calcula la ecuación de la recta s que corta a r perpendicularmente y que pasa por $Q = (2,-2,1)$.

b) (1,25 puntos) Dados los planos $mx+2y-3z-1=0$ y $2x-4y+6z+5=0$ halla los valores de m para que sean:

i) paralelos.

ii) perpendiculares.

Tabla simplificada de la distribución normal tipificada

z	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817

UNIVERSIDAD DE LA RIOJA

Prueba de Acceso a la Universidad (PAU)
Curso 2024–2025
ASIGNATURA: MATEMÁTICAS II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

1. a) Plantear el sistema, tipificar la variable, usar propiedades de la normal y buscar en la tabla, (1,75 puntos).

b) Tipificar la variable y buscar en la tabla, (0,75 puntos).

2.1 Planteamiento del problema, llegando a la expresión de la función a optimizar, (1 punto). Cálculo de la primera derivada (0,5 puntos). Cálculo del extremo relativo (0,5 puntos). Comprobar que es un máximo, (0,5 puntos).

2.2 Obtención y justificación del valor de α, (0,5 puntos). Cálculo de los puntos de corte y representación gráfica, (0,75 punto). Planteamiento del problema mediante la integral definida, (0,5 puntos). Cálculo de la primitiva, (0,5 puntos). Aplicar Regla de Barrow, (0,25 puntos).

3.1 a) El cálculo del valor de m de modo que el sistema tiene solamente la solución trivial, (0,75 puntos). Determinar la solución para el valor de m que lo hace compatible indeterminado, (0,5 puntos).

b) Resolver el sistema, (1,25 puntos).

3.2 a) O bien cálculo de los valores de λ que anulan el determinante o bien por eliminación gaussiana, (1,25 puntos).

b) Cálculo del determinante, (0,75 puntos). Cálculo de la solución, (0,5 puntos).

4.1 a) Aplicar eliminación Gaussiana o determinantes para ver que cuando $m = 3$, se cortan las rectas, (1 punto). Dar el punto de corte, (0,25 puntos).

b) Dar el vector $\overrightarrow{PQ}$, (0,5 puntos). Dar un punto del plano (0,5 puntos). Dar la ecuación del plano π que cumple que los dos puntos son simétricos respecto a él, (0,25 puntos).

4.2 a) Cálculo del vector director de la recta r, (0,25 puntos). Cálculo de un punto genérico P de la recta r, (0,25 puntos). Vector $\overrightarrow{PQ}$ (0,25 puntos) y recta s, (0,5 puntos).

b) Ver la proporcionalidad de los vectores normales de los dos planos. Producto escalar de los vectores normales de los dos planos, (1,25 puntos).