

Instrucciones:

- Parte I: Responder los tres problemas. Parte II: Responder sólo un problema de las dos opciones de cada bloque. Si responde a los dos problemas del mismo bloque sólo se evaluará el primero.
- Se califica todo el proceso. Detallar y explicar los procedimientos empleados para dar la solución.
- Las respuestas a tareas competencial o contextualizadas deberán interpretarse en la situación planteada.
- Se puede utilizar cualquier calculadora científica, no programable ni con conexión a internet

PARTE I (OPCIÓN ÚNICA)

1. Análisis Matemático (Metabolix) En un hospital de las Islas Canarias, un equipo de investigación está analizando cómo se metaboliza en sangre un nuevo medicamento llamado Metabolix, utilizado para tratar infecciones bacterianas. La concentración residual del fármaco en el plasma sanguíneo, denotada como $f(x)$ (medida en miligramos por litro, mg/L), depende del tiempo transcurrido x (en horas) desde su administración. El estudio indica que el medicamento sigue dos fases diferenciadas:

- Fase de absorción: En las primeras dos horas, el fármaco se distribuye por el organismo.
- Fase de eliminación: A partir de la segunda hora, el fármaco empieza a eliminarse.

Este comportamiento se modeliza mediante la siguiente función matemática:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 6x + 11 & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ \frac{9}{\sqrt{5x} - 1} & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

El equipo de investigación necesita aclarar algunas dudas del modelo matemático:

- 0.5 a) Confirmar si este modelo es realmente continuo. Justifica tu respuesta.
- 1 b) ¿Es cierto que la concentración residual del fármaco en la sangre siempre va disminuyendo con respecto al tiempo transcurrido? Averiguar en qué instante la concentración residual es máxima y calcular el valor de dicha concentración.
- 0.5 c) Pasado un largo periodo de tiempo, ¿cuál será la concentración residual de este medicamento?

2A. Álgebra. Dada la matriz $M \in M_{2 \times 2}$, $M = \begin{pmatrix} 1 & a-3 \\ -1 & 2-a \end{pmatrix}$, con $a \in \mathbb{R}$.

- 0.75 a) Para cualquier valor del parámetro a : comprobar que M es invertible y dar la expresión de M^{-1} .
- 1.25 b) Para $a = -1$, calcula el valor de la matriz X que satisface la ecuación $MA = B - MX$, siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

3A. Geometría. En el espacio tridimensional, dados el punto P y las rectas r_1 y r_2 siguientes:

$$P(2, -1, 1); \quad r_1: \begin{cases} 4x + 3y - 3z = 2 \\ 2x - 3y - 6z = 1 \end{cases}; \quad r_2: \frac{x+3}{2} = 2 - y = \frac{z+4}{3}$$

- 1 a) Hallar la distancia entre el punto P y el punto de intersección de las rectas r_1 y r_2
- 1 b) Hallar el ángulo con el que se cortan las rectas r_1 y r_2

PARTE II.

Análisis Matemático (seleccione solo una pregunta)

4A. Calcular los siguientes límites:

- 1 a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin(x)} \right)$
- 1 b) Determinar a y b para que la función f definida de la forma:
- $$f(x) = \begin{cases} e^{bx} \cdot \cos(ax) & \text{si } x < 0 \\ \ln((e+x)^a) & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$
- Sea derivable en $x=0$.

4B. Considere la función $f(x) = \tan^3(x)$:

- 1 a) Calcular la integral indefinida: $\int f(x) dx$
- 1 b) Calcular el área de la región delimitada por la gráfica de la función $f(x)$ y el eje OX entre los valores $x=0$ y $x = \frac{\pi}{4}$

Probabilidad (seleccione solo una pregunta)

5A. En una feria, un participante tiene la oportunidad de ganar premios eligiendo entre tres cajas sorpresa: una con premio y dos vacías. Hay una regla especial si se selecciona una caja vacía:

En caso de elegir una caja sin premio, se debe extraer una bola al azar de una urna compuesta por 2 bolas verdes y 3 negras, de idéntica forma y tamaño. Si se elige la bola negra, finaliza la jugada sin premio. Si se elige la bola verde, tendrá la oportunidad de elegir una nueva caja, de las dos cajas no seleccionadas anteriormente, y acabaría la jugada.

Responder a las siguientes cuestiones:

- 1 a) Dibujar un diagrama de árbol que refleje todos los posibles casos de este juego.
- 1 b) Calcular la probabilidad de obtener premio en este juego.

5B. La temperatura diurna en el Parque Nacional de las Cañadas del Teide durante el mes de agosto sigue una distribución normal. La temperatura media durante el día es de 22°C con desviación típica de 5°C. Además, se sabe que, las condiciones ideales para realizar senderismo es cuando la temperatura diurna se sitúa entre 18°C y 25°C. Si se superan los 30°C, los excursionistas tendrían un riesgo elevado de insolación. Mientras que, si la temperatura se sitúa por debajo de los 15°C, existe riesgo de cambios meteorológicos bruscos previstos para ese día.

Se está elaborando una guía informativa para los servicios de emergencia. Responder a lo siguiente:

- 1 a) ¿Qué probabilidad hay de que un día de agosto se den las condiciones ideales para realizar senderismo?
- 1 b) Si las Cañadas del Teide recibe un promedio de 11000 visitantes diarios en el mes de agosto y, de ellos, un 5% realiza senderismo. ¿Cuántos visitantes se estima que se puedan ver afectados por cambios meteorológicos bruscos a lo largo de dicho mes?

