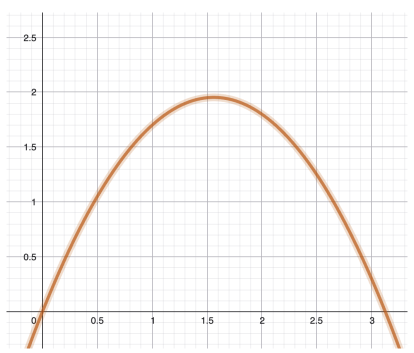
MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

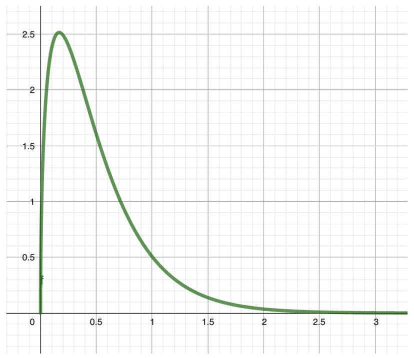
- Responda en el pliego en blanco a **cuatro** de las cinco preguntas que se proponen. De cada una de las seleccionadas conteste **una única opción**, A o B. Todas las preguntas se calificarán con un máximo de **2.5 puntos**.
- Agrupaciones de preguntas que sumen más de 10 puntos o que no coincidan con las indicadas conllevarán la **anulación** de la(s) última(s) pregunta(s) seleccionada(s) y/o respondida(s).

Pregunta 1. Opción A. Un comportamiento habitual de los fenómenos «virales» en las redes sociales es que incrementen muy rápidamente el número de visualizaciones hasta alcanzar su pico de popularidad; tras alcanzarlo, disminuye el interés público (y, por lo tanto, las visualizaciones) primero rápida y después más paulatina y lentamente. En las tres gráficas siguientes se representa en el eje Y el número de visualizaciones (en cientos de miles) como una función del tiempo (en semanas, representado en el eje X).

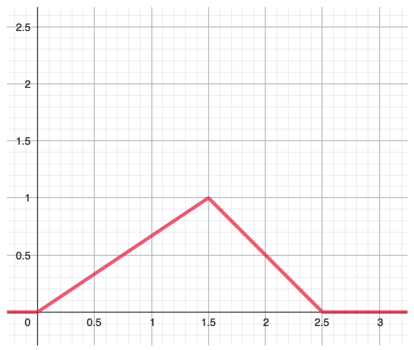
(1)



(2)



(3)



a) Empareja cada gráfica con la función (A), (B) o (C) que le corresponda y, después, explica cuál de las tres representa el comportamiento del fenómeno viral descrito. **(1 punto)**

$$\text{(A)}\quad f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x}{3} & \text{si } x\le 1.5\\ -x+2.5 & \text{si } 1.5<x\le 2.5\\ 0 & \text{en otro caso}\end{cases}\qquad \text{(B)}\quad f(x)=-x(0.8x-2.5)\qquad \text{C)}\quad f(x)=\frac{9}{0.89}x^{-\frac{1}{2}}e^{-3x}$$

b) Considera la función $g(x)=e^{-x}+1$. ¿Para qué valores de x está definida $g(x)$? ¿A partir de qué valor de x decrece $g(x)$? ¿Será alguna vez $g(x)$ menor que 1.5? ¿Y menor que 1? **(1 punto)**

c) Basándote en el estudio de la función, explica si te parece razonable utilizar $g(x)$ para representar las visualizaciones (en cientos de miles) de un fenómeno viral, en función de las semanas (x). **(0.5 puntos)**

Pregunta 1. Opción B. Las ventas (v, en miles de euros) de una empresa en función del tiempo (t, en meses) se pueden modelar mediante la siguiente función:

$$v(t)=\begin{cases}2t+5, & \text{si } 0<t<3\\ -t^2+10t+k, & \text{si } 3\le t<8\\ -k-4, & \text{si } 8\le t\le 12\end{cases}$$

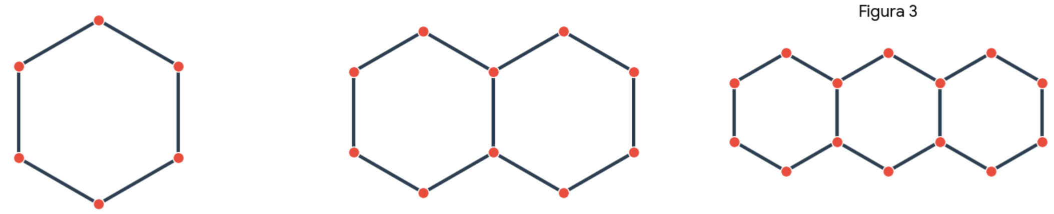
a) Determina el valor de la constante k para que la función v sea continua en todo su dominio. **(0.5 puntos)**

b) Con el valor de k obtenido en el apartado anterior, ¿en qué momento se alcanza el mayor importe de las ventas? ¿Cuál sería ese importe? ¿En qué momento o momentos aumentan las ventas? **(1 punto)**

c) Las ventas totales en un intervalo de tiempo se obtienen calculando la integral entre los dos extremos de ese intervalo, ¿cuál es el importe total (en miles de euros) de las ventas entre el quinto y el noveno mes? (utiliza el valor de k obtenido en el primer apartado). **(1 punto)**

Pregunta 2. Opción A. Observa la siguiente secuencia de figuras, que consisten en construir hexágonos adyacentes hechos con palitos.

Figura 1 Figura 2 Figura 3



a) Determina cuántos palitos serán necesarios para construir la figura número 16. ¿Cuántos vértices tendrá esa figura? Encuentra una fórmula que relacione el número de figura con el número de palitos y explica cómo has llegado a ella. **(2 puntos)**

b) ¿Puede existir una figura con 206 palitos? En caso afirmativo, ¿cuántos vértices tendría? Si no es posible, explica por qué. **(0.5 puntos)**

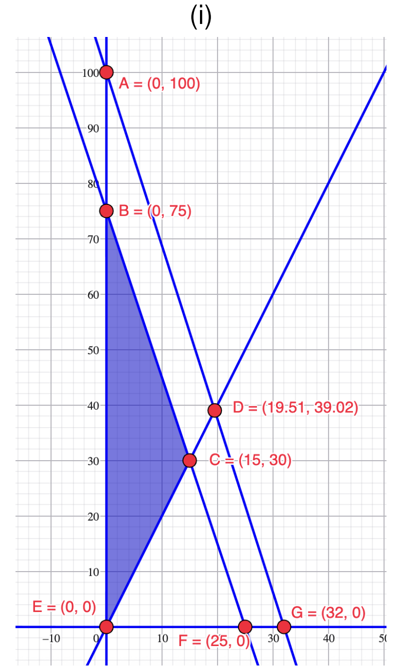
Pregunta 2. Opción B. Una empresa de mobiliario de oficina debe cargar un furgón con un pedido que consiste en mesas (x) y sillas (y). El furgón tiene una capacidad máxima de carga de 800 kg y un volumen útil de 15 m^3. Cada mesa pesa 25 kg y cada silla pesa 8 kg. El embalaje de cada mesa ocupa 0.6 m^3 y el de cada silla 0.2 m^3, y se pueden apilar de forma que se ocupe todo el volumen disponible o parte de él. El cliente ha solicitado que se entreguen al menos 2 sillas por cada mesa. El margen de beneficio que obtiene la empresa por envío es de 35 € por mesa y 10 € por silla.

a) Explica qué imagen (i o ii) se corresponde con la región factible para el problema: *¿Cuántas mesas y sillas puede enviar la empresa en ese furgón?* **(1 punto)**

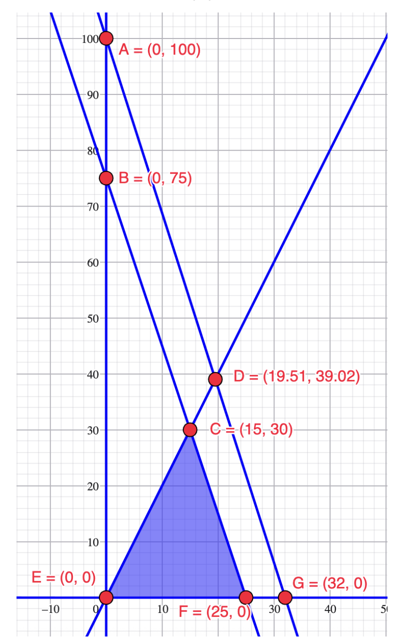
b) El peso máximo que puede transportar el furgón ¿limita la solución? Explica si $(x,y)=(1.15, 2.3)$ tiene sentido como solución en el contexto de este problema. **(1 punto)**

c) ¿Qué cantidad de mesas y de sillas debe enviar la empresa para maximizar el beneficio? **(0.5 puntos)**

(i)



(ii)



Pregunta 3. Opción A. Las variables x e y representan, respectivamente, las horas semanales de fisioterapia y de asistencia doméstica que los servicios sociales deben asignar a una persona. Se realizan dos valoraciones independientes para intentar determinar las horas correspondientes, obteniéndose una ecuación a partir de cada valoración. La valoración depende del parámetro a :

$$\begin{cases} x + 2y & = & 5 \\ ax + 6y & = & 15 \end{cases}$$

a) Encuentra el valor de a para que existan infinitas soluciones a este problema. Expresa, a modo de ejemplo, cuántas horas de fisioterapia (x) y de ayuda domiciliaria (y) recibiría una persona en una de estas soluciones. **(1 punto)**

b) Asume que $a = 1$, encuentra la solución y analiza si tiene sentido en el contexto del problema. **(1.5 puntos)**

Pregunta 3. Opción B. Dado el parámetro m y las matrices siguientes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & m \\ m & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} m & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} m \\ 1 \end{pmatrix} \text{ y } E = \begin{pmatrix} 1-m \\ 1 \end{pmatrix}.$$

a) A partir de $A \cdot B \cdot C = 2(D + E)$ plantea un sistema de dos ecuaciones, con incógnitas x e y. **(1 punto)**

b) Explica si existe algún valor de m para el que el sistema no tenga solución. Si existe, di cuál es. **(0.5 puntos)**

c) Elige un valor de m para el que el sistema tenga solución única y resuélvelo. **(1 punto)**

Pregunta 4. Opción A. En una universidad pública el 20 % del alumnado pertenece al estrato socioeconómico más alto, el 50 % al estrato medio y el resto al estrato socioeconómico más bajo. En el estrato más alto, la probabilidad de abandonar los estudios es del 5 %, en el medio del 15 % y en el más bajo alcanza el 30 %.

a) Si se elige al azar a una persona que ha abandonado esta universidad, ¿a qué estrato socioeconómico es más probable que pertenezca? **(1.5 puntos)**

b) ¿Hay relación entre el abandono y el estrato socioeconómico? **(0.5 puntos)**

c) La universidad ofrece un servicio de orientación. Solo el 12 % del alumnado que acude a ese servicio abandona sus estudios. Sabiendo esta información, ¿hay argumentos probabilísticos para afirmar que el servicio de orientación influye en la probabilidad de abandono? **(0.5 puntos)**

Pregunta 4. Opción B. Un estudio afirma que el 70 % de las personas jóvenes adquieren ropa en plataformas de segunda mano, mientras que el resto lo hace en tiendas tradicionales. El estudio también afirma que el 60 % de quienes compran en plataformas de segunda mano realiza donaciones de ropa a ONG, porcentaje que baja al 20 % entre quienes compran en tiendas tradicionales.

a) Si se selecciona al azar una persona joven de esta población, ¿cuál es la probabilidad de que compre en plataformas de segunda mano y no realice donaciones de ropa? **(1 punto)**

b) ¿Se puede afirmar que donar ropa es independiente de donde se compra la ropa? **(0.5 puntos)**

c) Si la persona seleccionada realiza donaciones de ropa, ¿cuál es la probabilidad de que compre en tiendas tradicionales? **(1 punto)**

Pregunta 5. Opción A.* El ayuntamiento de una gran ciudad está analizando el éxito de sus presupuestos participativos.

a) Para estimar la verdadera proporción que apoya los presupuestos participativos, el ayuntamiento encuestó a una muestra aleatoria de 800 residentes y obtuvo un intervalo de confianza al 95 % que resultó $(0.6169, 0.6831)$. ¿Cuántas personas de las 800 que formaban la muestra respondieron que sí apoyan los presupuestos participativos? ¿Qué proporción de personas en la muestra apoyaba los presupuestos participativos? **(1 punto)**

b) El ayuntamiento quiere estar seguro de que más de dos tercios de la población apoya los presupuestos participativos. Con los datos del aparatado anterior, ¿puede el ayuntamiento estar seguro de ello con una confianza de, al menos, el 95 %? **(0.5 puntos)**

c) Utilizando la misma muestra de 800 personas del apartado anterior, otro equipo de análisis presentó un informe donde el intervalo para la proporción de apoyo era más amplio: $(0.6107, 0.6893)$. ¿Cuál fue el nivel de confianza que utilizó este segundo equipo para calcular su intervalo? **(1 punto)**

Pregunta 5. Opción B.* Un estudio sociológico analiza el gasto mensual en alquiler de las personas jóvenes (en €). Se asume que ese gasto sigue una distribución normal, con una desviación típica de 150 €.

a) Si se quiere estimar el gasto medio mensual en alquiler de las personas jóvenes, ¿cuál es el tamaño muestral mínimo necesario para que el error de estimación máximo sea de 20 €, con un nivel de confianza del 95 %? **(1 punto)**

b) En la misma población se tomó una muestra aleatoria de 900 personas jóvenes y se obtuvo un intervalo de confianza al 90 % para el gasto medio mensual que resultó ser $(741.77, 758.23)$, ¿cuál fue el gasto medio mensual obtenido en esta muestra de 900 personas? **(0.5 puntos)**

c) Se realizó una nueva encuesta con un tamaño muestral mucho mayor que el del apartado anterior. Si se determina el intervalo de confianza al nivel del 90 %, ¿el error de estimación será mayor o menor que en el caso anterior? ¿El error dependerá del valor de la media muestral $\overline{x}$ que se obtenga? Explica razonadamente tu respuesta. **(1 punto)**

---

* Algunos valores de la función de distribución F de la distribución normal de media 0 y desviación típica 1:
$F(1.28) = 0.90$, $F(1.64) = 0.95$, $F(1.96) = 0.975$, $F(2.33) = 0.99$ y $F(2.58) = 0.995$.

Expresión del intervalo de confianza, al nivel de confianza $(1-\alpha)100$ %, para la media poblacional de una variable con distribución normal de varianza conocida, a partir de una muestra de tamaño n:

$$\left(\overline{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \qquad \text{con } F(z_{\alpha/2}) = 1 - \alpha/2\,.$$

Expresión del intervalo de confianza, al nivel de confianza $(1-\alpha)100$ %, para la proporción poblacional, a partir de una muestra de tamaño n suficientemente grande (habitualmente se considera $n \geq 100$):

$$\left(\hat{p} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right) \qquad \text{con } F(z_{\alpha/2}) = 1 - \alpha/2\,.$$