

MATEMÁTICAS II

- Responda en el pliego en blanco a **cuatro** de las cinco preguntas que se proponen. De cada una de las seleccionadas conteste **una única opción**, A o B. Todas las preguntas se calificarán con un máximo de **2.5 puntos**.
- Agrupaciones de preguntas que sumen más de 10 puntos o que no coincidan con las indicadas conllevarán la **anulación** de la(s) última(s) pregunta(s) seleccionada(s) y/o respondida(s)

Pregunta 1. Opción A Un cliente de una cafetería compra 1 café, 2 té y 2 zumos y paga 11 euros. Al día siguiente compra 1 café, 3 té y 3 zumos y paga 16 euros. El tercer día compra 3 cafés, 3 té y los zumos que pueda pagar con 21 euros exactos (no deben darle vuelta). Se pide:

- (a) **(1.5 puntos)** Encuentra un sistema de ecuaciones lineales que modelice el problema de calcular el precio de cada producto en función del número p de zumos que le den el tercer día. Discute el sistema obtenido en función del número de zumos pagados el último día.
- (b) **(0.5 puntos)** El camarero del tercer día le dice “Por ese dinero te daré dos zumos”, el cliente dice “Eso es imposible, el precio está mal calculado” ¿quién tiene razón? Justifica la respuesta.
- (c) **(0.5 puntos)** El camarero le responde, en efecto, tiene usted razón, en realidad le tengo que dar 4 zumos y el cliente queda satisfecho. ¿A qué precio le ha cobrado cada bebida?

Pregunta 1. Opción B Para cada $a \in \mathbb{R}$ se considera la matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 0 & 3 & -4 \\ a & 2 & -3 \end{pmatrix}$. Se pide:

- (a) **(1 punto)** Calcular todos los valores de $a \in \mathbb{R}$ que hacen que $A^2 = I$, donde I es la matriz identidad de orden 3.
- (b) **(0.5 puntos)** Si una matriz B de tamaño 3×3 verifica que $B^2 = 2I$ ¿Qué valores puede tomar $\det(B)$?
- (c) **(1 punto)** Calcular el rango y el determinante de la matriz A para cada valor de $a \in \mathbb{R}$.

Pregunta 2. Opción A Una empresa inicia su cotización en bolsa, con un precio de 5 euros la acción. A partir de ahí, el precio de cada acción se modelizó en función del tiempo pasado en bolsa desde ese momento inicial y durante el primer mes. Se obtuvo la siguiente función $f(t) = \frac{5t^2 + 2t + 5}{t^2 + 1}$, $t \in [0, 30]$.

- (a) **(1 punto)** Si la empresa necesita que el valor de cada acción llegue a 6.5 euros para que se alcancen los objetivos previstos ¿se alcanzan en el intervalo estudiado?

(b) **(0.75 punto)** Estudia los intervalos en los que el precio de cada acción sube y los intervalos donde baja.

(c) **(0.75 puntos)** ¿Cuál sería el valor de la acción si esta función modelizase el valor de las acciones a lo largo de toda la vida de la empresa?

Pregunta 2. Opción B Se considera la función: $f(x) = \begin{cases} x^2 - Ax + 11 & \text{si } x < 2 \\ \sqrt{5x - 1} & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$ Se pide

- (a) **(0.75 puntos)** Calcular el valor de A para el que f es una función continua.
- (b) **(1.25 puntos)** Si $A = 6$, estudiar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.
- (c) **(0.5 puntos)** Para $A = 6$ ¿es $x = 2$ un extremo relativo de la función? ¿de qué tipo?.

Pregunta 3. Opción A Se sabe que la función $F(x) = \frac{1}{2} \operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{2} x^2 \right)$ es una primitiva de f . Se pide:

- (a) **(1 punto)** Calcular la función f
- (b) **(0.75 puntos)** Calcular una función que sea una primitiva de f y tal que en $x = 0$ tome el valor 6.
- (c) **(0.75 puntos)** Calcular el área del recinto encerrado por la gráfica de f , el eje x y las rectas $x = 0$ y $x = 1$.

Pregunta 3. Opción B Dada la función $f(x) = \frac{x - 2}{x^2 + 1}$, se pide:

- (a) **(1.25 puntos)** Calcular una primitiva de la función f .
- (b) **(1.25 puntos)** Calcular el área del recinto acotado encerrado por la gráfica de f el eje X y las rectas $x = 0$ y $x = 1$.

Pregunta 4. Opción A Se considera el plano $\pi \equiv x + 2y + 3z = 6$ y el punto $P(0, -1, -2)$. Se pide:

(a) **(1.25 puntos)** Encontrar la ecuación de una recta paralela a π y que contenga al punto P . ¿Es única esa recta?

(b) **(1.25 puntos)** Calcular el punto $Q \in \pi$ que menos dista de P . ¿Qué distancia hay entre P y Q ?

Pregunta 4. Opción B Un móvil se desplaza en línea recta desde el punto $P(2, 1, 3)$ hacia el punto $Q(0, -1, 1)$. Cuando llega a la mitad de la distancia de P a Q da un giro y se desplaza por la recta que pasa por $H(1, 1, 1)$.

(a) **(0.5 puntos)** Calcula las coordenadas del punto en el que se realiza el giro.

(b) **(0.75 puntos)** Calcula la recta por la que se desplaza el móvil tras realizar el giro.

(c) **(0.75 puntos)** Calcula el ángulo de giro del móvil.

Pregunta 5. Opción A En una industria textil se fabrican pantalones vaqueros. Se observan que se pueden producir dos tipos de defectos en la producción, en la longitud y en las costuras. Se hace un estudio y se detecta que el 10% de los pantalones suspenden el test de longitud, mientras que no pasan el test de las costuras el 5%. Además, un 0.8% de las prendas suspenden ambos test. Se pide:

(a) **(1.25 puntos)** Calcular la probabilidad de que una prenda seleccionada al azar suspenda al menos uno de los test.

(b) **(1.25 puntos)** Si una prenda seleccionada al azar ha suspendido el test de longitud ¿qué probabilidad hay de que también suspenda el test de costuras?

Pregunta 5. Opción B Una grúa debe levantar una serie de cajas. Cuando el brazo de la grúa intenta levantar más de 40kgs el sistema de seguridad se activa y la grúa no puede continuar. Supongamos que el peso de las cajas sigue una distribución $N(38, 1.2)$.

(a) **(1.25 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que el sistema de seguridad se active al intentar levantar una caja?

(b) **(1.25 puntos)** Se realiza el levantamiento de 10 cajas, una detrás de otra ¿cuál es la probabilidad de que el sistema salte al menos una vez?

* Algunos valores de la función de distribución $N(0, 1)$ son: $F(x) = P(Z \leq x)$, $F(0) = 0.5$, $F(1.6667) = 0.9520$, $F(0.9520) = 0.83$, $F(0.83) = 0.7975$, $F(0.79) = 0.7852$.

Si los valores obtenidos no están entre los expuestos debe tomarse el más cercano.
