

***Este examen tiene CINCO ejercicios, de 2 puntos cada uno.***

***En los ejercicios CUARTO y QUINTO solo hay que responder a UNA de las dos opciones. Si se responde a las dos, se corregirá la que aparezca en primer lugar en las hojas de examen.***

***Las respuestas deben escribirse con bolígrafo azul o negro. No pueden usarse ni lápiz ni bolígrafo borrable ni bolígrafo de otro color. Solo se pueden utilizar bolígrafos de colores o rotuladores para hacer gráficos.***

No se podrán usar calculadoras que tengan alguna de las siguientes prestaciones:

- pantalla gráfica, posibilidad de transmitir datos, programable,
- resolución de ecuaciones, operaciones con matrices,
- cálculo de determinantes,
- cálculo de derivadas e integrales,
- almacenamiento de datos alfanuméricos.

***No olvides incluir el código en cada uno de los cuadernillos de hojas de examen.***



**PRIMER EJERCICIO (2 puntos).**

Se considera un gas ideal clásico en equilibrio térmico a temperatura  $T$ . El sistema viene descrito por la estadística de Maxwell-Boltzmann. A pesar de que el módulo de la velocidad de las moléculas del gas no es gaussiano, cada componente cartesiana de la velocidad sí lo es. Teniendo en cuenta la primera componente de la velocidad, su distribución normal es  $N\left(0, \frac{k_B T}{m}\right)$ , siendo  $k_B$  la constante de Boltzmann y  $m$  la masa de una molécula del gas considerado. En el caso del nitrógeno a  $T = 300$  K, la desviación típica es  $\frac{k_B T}{m} = 298$  m/s.

- (a) **(0,75 puntos)** Calcula la probabilidad de que el valor absoluto de la primera componente de la velocidad de una molécula de nitrógeno a una temperatura de 300 K sea inferior a 300 m/s.
- (b) **(0,75 puntos)** Calcula la probabilidad de que la primera componente de la velocidad de una molécula de nitrógeno a una temperatura de 300 K esté comprendida entre -600 m/s y -300 m/s.
- (c) **(0,5 puntos)** Un investigador estudia otro gas, argón, cuyas moléculas tienen mayor masa que las del nitrógeno y, por tanto, si se mantiene la temperatura  $T$ , la desviación típica correspondiente es menor. Sin realizar ningún cálculo numérico, responde razonadamente: ¿la probabilidad de que la primera componente de la velocidad de una molécula de argón tenga valor absoluto menor que 300 m/s será mayor, menor o igual que en el caso de una molécula de nitrógeno? Justifica tu respuesta utilizando la expresión de la desviación típica,  $\sigma = \frac{k_B T}{m}$ .

**SEGUNDO EJERCICIO (2 puntos).**

Dado  $a \neq 0$ , se tiene el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + ay = 1, \\ x + ay + z = a, \\ (a - 2)x + ay + (a - 1)z = a + 2. \end{cases}$$

- (a) **(1 punto)** Encuentra un valor de  $a$  para el que el sistema dado tiene más de una solución.
- (b) **(1 punto)** Encuentra todas las soluciones del sistema para el valor de  $a$  del apartado anterior.

**TERCER EJERCICIO (2 puntos).**

- (a) **(1 punto)** Dibuja el recinto limitado por las parábolas de ecuaciones  $y = x(2x - 3)$  e  $y = x(2 - x)$ .
- (b) **(1 punto)** Calcula el área del recinto del apartado (a), y da el resultado como una fracción.

**CUARTO EJERCICIO (2 puntos).** Responde **solo a una** de las opciones.

**(4A)** Sean la recta  $r \equiv x = y - 1 = -z$ , y el plano  $\pi \equiv -x + 2y + z + A = 0$ .

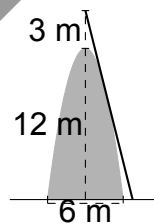
- (a) **(1,5 puntos)** Discute la posición relativa de la recta  $r$  y el plano  $\pi$  en función de los valores del parámetro  $A$ .
- (b) **(0,5 puntos)** Calcula la distancia de la recta  $r$  al plano  $\pi$  en función de los valores del parámetro  $A$ .

**(4B)** Sean los puntos  $A = (1, 1, 2)$  y  $B = (-1, 0, 3)$ .

- (a) **(1,5 puntos)** Encuentra la ecuación del plano  $\pi$  que cumple que  $A$  y  $B$  son simétricos con respecto a  $\pi$ .
- (b) **(0,5 puntos)** ¿Cuál es la distancia de  $A$  a  $\pi$ ?

**QUINTO EJERCICIO (2 puntos).** Responde **solo a una** de las opciones.

**(5A)** Un montículo de hormigón tiene forma parabólica con una altura de 12 m y una base de 6 m, como se ve en la figura. Se quiere colocar una escalera apoyada en el montículo y de forma que su extremo superior quede 3 m por encima de la cúspide del montículo. ¿A qué distancia de la base del montículo debe colocarse el extremo inferior de la escalera?



**(5B)** En el suelo de una sala rectangular con paredes que miden 6 m y 8 m se quiere acotar una zona triangular colocando una barra recta de 4 m de longitud, como se ve en la figura. ¿Dónde debe colocarse la barra para que el área de la zona acotada sea máxima?

