

Cada estudiante deberá resolver cuatro ejercicios.

El Ejercicio 1 será obligatorio y de carácter competencial. Tendrá una puntuación máxima de 3 puntos.

El Ejercicio 2 será obligatorio y de carácter competencial y tendrá una puntuación máxima de 2 puntos.

El Ejercicio 3 tendrá una puntuación máxima de 2 puntos y se podrá elegir entre dos opciones (*Opción 1 / Opción 2*).

El Ejercicio 4 tendrá una puntuación máxima de 3 puntos y se podrá elegir entre dos opciones (*Opción 1 / Opción 2*).

Todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Se permite el uso de calculadoras científicas siempre que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad de almacenar o transmitir datos. Si algún alumnado es sorprendido con una calculadora no autorizada, podrá ser expulsado del examen; en todo caso, se le retirará la calculadora sin que tenga derecho a que le proporcionen otra.

EJERCICIO 1 (3 PUNTOS)

1. Resuelve los apartados **a)** y **b)**:

a) (1 PUNTO) En un importante evento deportivo, se sabe que el 1% de los participantes consume algún tipo de sustancia prohibida. Para detectar si este consumo ha tenido lugar o no, se puede hacer una determinada prueba. Dicha prueba detecta falsos positivos en un 2%, y falsos negativos, en un 6%. El día del evento, se elige un deportista al azar y se le hace la prueba, se pide:

a.1. Calcula la probabilidad de que haya consumido algún tipo de sustancia prohibida y la prueba haya dado positiva.

a.2. Si el deportista ha dado positivo en la prueba, calcula la probabilidad de que haya consumido algún tipo de sustancia prohibida.

b) (2 PUNTOS) Una fábrica de café envasa su producto en paquetes cuyo peso sigue una distribución normal de media μ desconocida y desviación típica σ . Se ha tomado una muestra aleatoria de 100 paquetes, cuyo peso medio ha sido 500 gramos, y se ha calculado el siguiente intervalo de confianza al 91% para estimar μ : (496'6, 503'4). Se pide:

b.1. (1'75 PUNTOS) Calcula el valor de la desviación típica (σ).

b.2. (0'25 PUNTOS) Con la misma muestra y la misma σ : si ahora se pretende que el error cometido en la estimación sea a lo sumo de 2'94 gramos, razona si el nivel de confianza ahora sería mayor o menor que 91%.

EJERCICIO 2 (2 PUNTOS)

2. Una empresa fabrica dos tipos de herramientas, A y B. Para su elaboración utiliza madera y acero. Para fabricar una herramienta A se necesitan 300 gramos de madera y 100 gramos de acero; en el caso de B, las cantidades requeridas son 100 y 200 gramos respectivamente. Dispone diariamente de un máximo de 3 kilogramos de madera y 2 kilogramos de acero. Estas herramientas le proporcionan un beneficio de 20 euros por unidad de A y de 15 euros por cada una de B. Además, se deben fabricar diariamente al menos 2 herramientas de tipo A y al menos 3 de tipo B. Se pide:

- (0,5 PUNTOS) Plantea el problema de programación lineal para maximizar el beneficio de la empresa.
- (0,5 PUNTOS) Representa la región factible S.
- (0,5 PUNTOS) Calcula las coordenadas de los vértices de dicha región S.
- (0,5 PUNTOS) Calcula el número de herramientas de cada tipo que se deben preparar para que el beneficio sea máximo.

EJERCICIO 3 (2 PUNTOS)

Elige una, y sólo una, de las dos opciones siguientes (3.1 o 3.2):

(Opción 1)

3.1. (2 PUNTOS) Una pareja compra en una tienda especializada tres electrodomésticos: A, B y C, pagando por ellos un total de 1000 euros. Lo que les ha costado A representa el 40% de lo gastado en C; y, además, la suma total del dinero gastado en la compra de B y de C cuadruplica el pagado por A. Calcula cuánto le ha costado a esta pareja cada uno de los tres electrodomésticos.

(Opción 2)

3.2. (2 PUNTOS) Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ a & b \end{pmatrix}$, a, b: números reales, se pide:

- Calcula los valores de "a" y "b" para que se verifique la igualdad: $A \cdot B = B \cdot A$.
- Calcula una matriz X que cumpla la igualdad: $X \cdot A^4 = I$.

(I representa la matriz identidad de orden 2)

EJERCICIO 4 (3 PUNTOS)

Elige una, y sólo una, de las dos opciones siguientes (4.1 o 4.2):

(Opción 1)

4.1. Una empresa tecnológica de nueva creación estima que su beneficio (en cientos de euros) durante los 10 primeros meses, desde su apertura, vendrá dado por la función:

$$f(x) = x^3 - 15x^2 + 48x + 120 \quad x \in [0, 10]$$

donde x representa el número de meses transcurridos. Se pide:

- (0,5 PUNTOS) Calcula el beneficio de la empresa a los 3 meses de su apertura.

- b) **(1,25 PUNTOS)** Calcula los extremos relativos de f . En este período de 10 meses, es decir en el intervalo $[0, 10]$, calcula cuál será el beneficio máximo y cuál será el mínimo; determina cuándo se alcanzarán.
- c) **(1,25 PUNTOS)** Considera la función $g(x) = f'(x)$: calcula el área limitada por la gráfica de g , el eje X , la recta $x=0$ y la recta $x=2$.

(Opción 2)

4.2. Dada la función $f(x) = \frac{x+a}{(x-1)^2}$, a : número real, se pide:

- a) **(0,75 PUNTOS)** Halla el valor de " a " para que la gráfica de f pase por el punto $(0, 2)$. Para dicho valor de " a ", calcula el dominio de f , las asíntotas y los puntos de corte de dicha gráfica con los ejes coordenados.
- b) **(1,25 PUNTOS)** Para $a=1$: Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función, así como los extremos relativos.
- c) **(1 PUNTO)** Para $a=1$: Calcula la integral definida $\int_2^3 f(x)(x-1)^3 dx$. Interpreta geoméricamente el resultado obtenido.

Tabla. Distribución normal tipificada.

z	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0,1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0,2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0,3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0,4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0,5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0,6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0,7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0,8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0,9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1,0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1,1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1,2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1,3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1,4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1,5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1,6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1,7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1,8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1,9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2,0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2,1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2,2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2,3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2,4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2,5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2,6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2,7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

EJERCICIO 1 (3 PUNTOS)

- a) a.1. Realizar un diagrama de árbol (o similar) (0,10 puntos); saber la probabilidad que le piden $P(C \cap +)$ (0,15 puntos) y calcularla (0,25 puntos)
- a.2. Saber la probabilidad que se pide $P(C/+)$ (0,10 puntos); fórmula para calcularla (0,10 puntos), cálculo de $P(+)$ (aplicar teorema de la probabilidad total) (0,20 puntos), cálculo de la probabilidad pedida: $P(C/+)$ (0,10 puntos)
- b) b.1. Indicar la fórmula del intervalo de confianza (0,25 puntos); Cálculo del error máximo cometido (0,25 puntos); calcular el área a la izquierda de $z_{\alpha/2}$ (0,50 puntos); calcular la abscisa, $z_{\alpha/2}$, a partir del área en tabla de la normal (0,50 puntos), calcular la desviación típica (0,25 puntos).
- b.2. Indicar la respuesta correcta bien razonada (0,25 puntos)

EJERCICIO 2 (2 PUNTOS)

- a) Plantear las restricciones del problema (0,30 puntos)
Expresión de la función objetivo (0,20 puntos)
- b) Representación gráfica de la región factible (0,50 puntos)
- c) Cálculo de las coordenadas de los vértices de la región factible (0,50 puntos)
- d) Evaluar la función objetivo en los vértices (0,20 puntos)
Calcular el número de herramientas de tipo A y de tipo B a fabricar (0,20 puntos)
Valor del beneficio máximo (0,10 puntos)

EJERCICIO 3 (2 PUNTOS)

Opción 1

- 3.1. Plantear sistema de ecuaciones lineales a partir de los datos dados en el enunciado (1 punto); resolver el sistema (1 punto).

Opción 2

- 3.2. a) Calcular los valores de "a" y "b" (1 punto)
b) Calcular la matriz X (1 punto).

EJERCICIO 4 (3 PUNTOS)

Opción 1

- 4.1. a) Calcular el beneficio a los 3 meses (0,5 puntos)

b) Cálculo de: derivada primera de la función (0,30 puntos), máximos y mínimos relativos (0,50 puntos), extremos absolutos (0,25 puntos), indicar que el máximo beneficio se obtiene transcurridos a los dos meses y el mínimo, a los ocho, indicando el valor del beneficio en los dos casos (0,20 puntos).

c) Plantear la integral definida (0,5 puntos), calcular una primitiva de $g(x)$ (0,40 puntos), regla de Barrow (0,35 puntos)

Opción 2

4.2. a) Obtener valor de "a" (0,10 puntos), dominio de f (0,15 puntos), asíntota vertical (0,15 puntos), asíntota horizontal (0,15 puntos), puntos de corte con el eje OX (0,10 puntos), puntos de corte con el eje OY (0,10 puntos).

b) Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento (0,75 puntos); cálculo del mínimo relativo (0,50 puntos)

c) Integrar bien (0,4 puntos); regla de Barrow (0,35 puntos), interpretación geométrica (0,25 puntos)