

EXAMEN TEST MATES II_2022

1. Para todo par A, B de matrices reales $n \times n$ arbitrarias:

- (A) Se cumple que $(A + B)^2 = A^2 + B^2$.
- (B) Se cumple que $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$.
- (C) Ninguna de las otras dos.

2. Para toda A matriz real 2×2 arbitraria, se cumple que:

- (A) Si $A^2 = A$, entonces $A^4 = A$.
- (B) Si A simétrica, entonces $A^2 = A$.
- (C) Ninguna de las otras dos.

3. Toda A matriz real arbitraria cumple:

- (A) El rango de A es el número de filas no nulas.
- (B) $\text{rango}(A) = \text{rango}(-A)$.
- (C) Ninguna de las anteriores.

4. La matriz

$$A = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \text{sen} \alpha \\ -\text{sen} \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$$

donde $\alpha \in \mathbb{R}$:

- (A) Tiene $\text{rango}(A) = 1$ para ciertos valores de α .
- (B) Tiene $\text{rango}(A) = 2$ para todos los valores de α .
- (C) Ninguna de las otras dos.

5. Consideremos los planos $\pi : 2x + y + z = 1$, $\pi' : x + y - z = 0$.

- (A) Su intersección es la recta $3x = 2y = 1$.
- (B) Su intersección la recta $r : (-1, 2, 1) + \lambda(-2, 3, 1)$.
- (C) Ninguna de las otras dos.

6. Para todo par de vectores ortogonales u, v , si α es el ángulo que forman u y $u - v$, entonces se cumple:

- (A) $\cos \alpha = \frac{\|u\|}{\|u\|^2 - \|v\|^2}$
- (B) $\cos^2 \alpha = \frac{\|u\|^2}{\|u\|^2 + \|v\|^2}$
- (C) Ninguna de las otras dos.

7. La recta en el espacio cuya ecuación es

$$\frac{x + 3}{-2} = \frac{y + 1}{3} = \frac{z}{-1}$$

- (A) Pasa por el punto $(3, 1, 0)$ y tiene vector director $(-2, 3, -1)$

- (B) Pasa por el punto $(-2, 3, -1)$ y tiene vector director $(-3, -1, 1)$.
(C) Ninguna de las otras dos.

8. La distancia del punto $P = (2, 4, 1)$ a la recta $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+1}{1}$ es:

- (A) Menor que 1.
(B) Mayor que 1.
(C) Ninguna de las otras dos.

9. Consideremos la curva definida por $y = f(x)$. Entonces

- (A) Si la pendiente no está definida en algún punto de la curva, no existe la tangente en dicho punto.
(B) Si la a la curva es horizontal en un punto $(a, f(a))$ y f es derivable en a , entonces $f'(a) = 0$.
(C) Ninguna de las otras dos.

10. Para que el área de la región limitada por la curva $y = -x^2 + ax$ (donde $a > 0$) y el eje Ox tenga un valor de 36 unidades debe ser:

- (A) $a = 6$
(B) $a = 3\sqrt{3}$
(C) Ninguna de las otras dos.

11. La función $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$

- (A) Tiene un máximo relativo en $x = 0$.
(B) Tiene un mínimo relativo en $x = 0$.
(C) Ninguna de las otras dos.

12. El valor de la integral $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} x^{2022} \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{x^3}{\cos x}\right) dx$

- (A) Menor que 1
(B) Múltiplo de π
(C) Ninguna de las otras dos.

13. Se tiene un conjunto de bolas azules y bolas rojas en una bolsa. En total hay 25 bolas. Se saca una de ellas al azar y se sabe que probabilidad de que sea roja es p , mientras que la probabilidad de que sea azul es $4p$. ¿Cuántas bolas azules hay en la bolsa?

- (A) Menos de 21 y más de 15.
(B) Entre 5 y 10.
(C) Ninguna de las dos.

14. Se lanza una moneda trucada. La probabilidad de que en dos lanzamientos se obtengan dos caras es 0,16. ¿Cuál la probabilidad p de obtener dos cruces?

- (A) $0,8 < p < 0,9$.
- (B) $0,3 < p < 0,4$.
- (C) Ninguna de otras dos.

15. ¿Cuáles de las siguientes probabilidades pueden representar a dos eventos disjuntos A y B de un determinado espacio muestral?

- (A) $p(A) = 0,2$ y $p(B) = 0,67$.
- (B) $p(A) = 0,5$ y $p(B) = 0,75$.
- (C) Ninguna de las dos.

PROBLEMAS MATES II_2022

OPCIÓN 1

PROBLEMA 1.

Sea la matriz $C = A^2 - 4A - 6B$, donde

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 \\ a & 0 & a \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

ACADEMIA

**La llibreta**
Aprendiendo a aprender

Estudie el **rango de C** en función del valor del número real a .

PROBLEMA 2.

Estudia y representa la función $f(x)$.

$$f(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$$

OPCIÓN 2

PROBLEMA 3.

Halla las integrales indefinidas siguientes:

a) (1 punto)

$$\int x e^{x^2} dx$$

b) (1,5 puntos)

$$\int \sqrt{1-x^2} dx$$

PROBLEMA 4.

Se elige un número entero al azar entre el 0 y el 9999 (ambos inclusive) ¿Cuál es la probabilidad de que el número elegido sea mayor de 4444 y múltiplo de 5?