PCE_Matemáticas II_Julio 2020_ TIPO TEST

ACADEMIA

La llibreta

Aprendiendo a aprender

1- Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ -1 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

la suma de los elementos de la diagonal principal de la matriz $A - 3I$, siendo I la matriz identidad es:

a) -5
b) -3
c) 0

2- La inversa de la matriz

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

es:

a) $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
b) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
c) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

3- Sean A y B dos matrices 2×2. La igualdad:

$$(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$$

se cumple:

a) siempre
b) solo si $AB = BA$
c) solo si $A = B$

4- Los vectores $\vec{v_1} = (2, -1, 0)$, $\vec{v_2} = (1, 2, 1)$ y $\vec{v_3} = (3, 1, 1)$ son:

a) son base de $\mathbb{R}^3$
b) son linealmente independientes
c) son linealmente dependientes

5- El rango de la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

es:

a) uno
b) dos
c) tres

6- Sea A una matriz cuadrada de tamaño 3×3. Si el determinante de A es 3 entonces el determinante de la matriz inversa A^{-1} es:

a) $\det(A^{-1}) = -3$
b) $\det(A^{-1}) = 1/3$
c) $\det(A^{-1}) = 3$

7- Toda matriz A que verifica que $A^4 = I$, siendo I la matriz identidad, satisface la siguiente propiedad:

a) $A^{-1} = A^3$, siendo A^{-1} la matirz inversa
b) el determinante de A es 1
c) $A^2 = A^T$, siendo A^T la matriz traspuesta

ACADEMIA

La llibreta

Aprendiendo a aprender

8- Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} C = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

si X es la solución de la ecuación matricial:

$$AX + B + C = I,$$

siendo I la matriz identidad, entonces el elemento de la primera fila y la primera columna de X es:

a) -3
b) -2
c) 3

9- El sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x + y - 2z = 1 \\ x - y + 2z = -2 \\ 3x - y + 2z = 4 \end{cases}$$

a) tiene una única solución
b) no tiene solución
c) tiene infinitas soluciones

10- El área del triángulo formado por los vértices $A(1,1,1), B(2,2,2)$ y $C(0,1,1)$ es:

a) 1
b) $\sqrt{2}$
c) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

11- Las rectas $r : x - 1 = y + 1 = z - 2$ y

$$s : x + 2 = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{4}$$

a) no se cortan en ningún punto
b) se cortan en un único punto
c) son coincidentes

12- La ecuación del plano que es perpendicular a los planos $\pi_1 : x + y - z = 1$ y $\pi_2 : x - y + z = 7$ y pasa por el origen $P(0,0,0)$ es:

a) $x - 2y + z = 0$
b) $y = 0$
c) $y + z = 0$

13- La distancia entre los planos

$$\pi_1 : x + 2y + z = 1 \text{ y } \pi_2 : x + 2y + z = 3$$

es:

a) $2\sqrt{3}$
b) 2
c) $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

14- Dado el plano

$$\pi : x + y - 2z = -1$$

y la recta

$$r : x - 1 = -y = z$$

se verifica que:

a) la recta está contenida en el plano
b) se cortan en un único punto
c) la recta es paralela al plano y no se cortan

15- La ecuación del plano que pasa por los puntos $P(1,0,0), Q(1,1,1)$ y $R(2,-1,1)$ es:

a) $2x + y - z = 2$
b) $x + y - z = 1$
c) $2x + y - 2z = 1$

PARTE 2: PROBLEMAS

Elija uno, y solo uno, de los dos siguientes problemas. En caso de responder parcial o totalmente a los dos problemas solo se corregirá el problema 1. Si no quiere que se corrija el problema 1 táchelo.

Problema 1

Calcule las siguientes integrales

a) (1 punto)

$$\int x^3 \ln(x^4+1)dx$$

b) (0,75 puntos)

$$\int \frac{e^{2x}+1}{(e^{2x}+2x)^2}dx$$

c) (0,75 puntos)

$$\int \frac{1}{(x+1)^2+4}dx$$

Problema 2

Se considera la siguiente función:

$$f: \begin{array}{ccc} [0,2\pi] \subset \mathbb{R} & \rightarrow & \mathbb{R} \\ x & & \cos^2 x \end{array}$$

a) (0,5 puntos) Estudie si la función es par (es decir, verifica que $f(x) = f(-x)$ para todo $x \in [0, 2\pi]$) o es impar (es decir, verifica que $f(x) = -f(-x)$ para todo $x \in [0, 2\pi]$)

b) (1,5 puntos) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función y calcule los extremos relativos si existen (solo en el intervalo $[0, 2\pi]$)

c) (0,5 puntos) Haga un dibujo aproximado de la gráfica de f.

PARTE 3: PROBLEMAS

Elija uno, y solo uno, de los dos siguientes problemas. En caso de responder parcial o totalmente a los dos problemas solo se corregirá el problema 1. Si no quiere que se corrija el problema 1 táchelo.

Problema 1

Pedro forma parte de un experimento médico que prueba el efecto de cierta medicina frente a una enfermedad. La mitad de las personas toman la medicina y la otra mitad toma una píldora de azúcar, que no tiene ningún efecto contra la enfermedad. La medicina tiene un 60 % de éxito. Pero las personas que no toman la medicina todavía tienen un 10 % de oportunidades de ponerse bien.

a) (0.5 puntos) Dibuje un diagrama de árbol (o árbol de probabilidad) que recoja las probabilidades de los sucesos descritos.

b) (1 punto) Calcule la probabilidad de que una persona escogida al azar se ponga bien.

c) (1 punto) Si Pedro se ha curado, encuentre la probabilidad de que haya tomado la píldora de azúcar.

Problema 2

Dados dos sucesos A y B de un experimento aleatorio con probabilidades

$$p(A) = \frac{4}{9},\ p(B) = \frac{1}{2} \text{ y } p(A \cup B) = \frac{2}{3}$$

se pide:

a) (0,75 puntos) Comprobrar si los sucesos A y B son independientes o no.

b) (1 punto) Calcular $p(\overline{A}|B)$ siendo $\overline{A}$ el suceso complementario de A.

c) (0,75 puntos) Calcular la probabilidad de $\overline{A} \cup \overline{B}$.