Mat II_Reserva 2023

Opción 1

1. Hallar unas ecuaciones de la recta que pasa por el punto P (1, 0, 2) y se apoya en las rectas que se cruzan r_1 y r_2, dadas por

$$r_1 : \frac{x}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{1}$$

$$r_2 : \frac{x+1}{6} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{1}$$

2. Dos jugadores, A y B, están apostando a un juego de dados. El jugador A utiliza dos dados normales (no trucados), pero el jugador B utiliza un dado normal y otro trucado para que los resultados impares en este dado sean imposibles, mientras que los resultados pares sean equiprobables. Cada jugador lanza sus dos dados por turno y calcula la suma que ha obtenido en su lanzamiento. El juego consiste en que cada jugador apuesta previamente a un número: si ese número coincide con la suma que se obtiene al lanzar sus dados entonces gana el juego.

a) ¿Cuáles son las probabilidades de ganar que tienen A y B respectivamente si ambos apuesta al 7?

b) ¿Y si apuestan al 8?

Opción 2

3.

a) ¿Cuál es el máximo número de vectores linealmente independientes que hay en el sistema

E = {(1,2, 3), (1, 1, 1), (1, 0, −1), (1, 2,0)} ?

Mostrar explícitamente un conjunto de tales vectores.

b) ¿Existe algún vector cuya segunda componente sea igual a la suma de las otras dos y que no sea combinación lineal de los dos primeros vectores de E, (1, 2, 3) y (1, 1, 1)?

4. Calcular el valor de las siguientes integrales definidas (donde ln denota el logaritmo neperiano o natural):

$$\int_{e^{-3}}^{e^{-2}} \frac{dx}{x \cdot \ln x} \qquad\qquad \int_0^{\Pi/4} \tan^2 x \, dx$$

Parte TEST

1. Sea A la matriz real (con a, b, c arbitrarios)

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix}$$

Entonces, se cumple:

a) Si $ac = 0$, entonces $rango\ A \leq 1$.
b) Si $a + b + c = 1$, entonces $rango\ A = 1$.
c) Ninguna de las anteriores

2. Consideramos la matriz real

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & 2 & 0 \\ b & 0 & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Si $b \neq 0$, la matriz A es invertible.
b) Si $b = 1$, $rango(A) \leq 3$.
c) Ninguna de las anteriores

3. Sea A una matriz real 2x2 tal que su traza (es decir, la suma de los elementos de su diagonal principal) es 5 y su determinante 4. Entonces, la traza de A^{-1}:

a) Es mayor que 1.
b) Es menor que 1.
c) Ninguna de las anteriores.

4. Para todo par A, B de matrices reales cuadradas, se cumple que

a) Si A y B son diagonales, entonces $det(A+B)=det(A)+det(B)$.
b) Si A y B son diagonales, entonces $rango(A+B)=rang(A)+rango(B)$.
c) Ninguna de las anteriores

5. Toda A matriz real $n \times n$ arbitraria de rango r, cumple que

a) Si A es simétrica, entonces $r = n$.
b) La traspuesta A^T tiene rango $rango(A^T) = n - r$.
c) Ninguna de las anteriores.

6. Dados el plano $\pi \equiv 2x + y - 2z = -1$ y la recta

$$r: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+2}{1}$$

a) La recta está contenida en el plano
b) Distan 2 unidades
c) Ninguna de las otras dos

7. En el espacio tridimensional, consideramos las rectas:

$$r: \begin{cases} x - 2y = 1 \\ z + y = a \end{cases} \qquad \text{y} \qquad s: \frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$$

a) Son paralelas para todo valor de a
b) Se cortan para algún valor de a>10
c) Ninguna de las anteriores

8. Si los puntos de coordenadas A = (1,0,0), B = (0,1,0), C = (0,0,1) son los vértices de un paralelogramo ABCD, entonces las coordenadas del vértice D = (x, y, z)cumple:

a) $x + y + z = 1$
b) $x + y + z = 0$
c) Ninguna de las otras dos

9. El límite $L = \lim_{x \to 1} \frac{x \ln x - x + 1}{(x-1) \ln x}$

a) Tiene un valor L comprendido entre (1/2, 3/2).
b) Tiene un valor L comprendido entre (0, 1/2).
c) Ninguna de las otras dos

10. El limite L= $\lim_{x \to 0^+} x^n \ln x$, con $n > 0$:

a) Tiene un valor L < 0 independiente de n
b) No existe
c) Ninguna de las otras dos

11. Para toda $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ función integrable, se cumple que:

a) Si c>a y d>b, entonces $\int_c^d f(x)dx \geq \int_a^b f(x)dx$.
b) Se cumple que $\int_a^b f(-x)dx = \int_{-b}^{-a} f(x)dx$.
c) Ninguna de las otras dos

12. Se pregunta a 50 consumidoras si les gustan dos productos A y B. Hay 37 personas que a las que les gusta el producto A y, de ellas, hay 25 a las que también les gusta el producto B. Hay 3 personas a las que no les gusta ninguno de los dos. Se elige al azar una de las personas entre las que sí les gusta B. ¿Cuál es la probabilidad p de que no le guste A?
(A) 0,25 < p < 0,3.
(B) 0,2 < p < 0,25.
(C) Ninguna de las otras dos.

13. Se tienen dos sucesos A y B con probabilidades respectivas $p(A) = 0{,}6, y\ p(B) = 0{,}7$
(A) Los sucesos A y B son tales que A ∪ B es necesariamente el espacio total.
(B) Los sucesos A y B pueden ser disjuntos.
(C) Ninguna de las otras dos.

14. Un dado no truncado se lanza 6 veces consecutivas. ¿Cuál es la probabilidad p de que ningún número se repita?
(A) $0 < p < 0{,}016$.
(B) $0{,}016 < p < 0{,}1$.
(C) Ninguna de las otras dos.

15. Se lanzan dos dados no cargados simultáneamente. Si la suma de los números que salen es 6, la probabilidad p de que en alguno de los dados haya salido un 5 cumple:

(A) $0,2 < p < 0,3$.
(B) $0,35 < p < 0,45$.
(C) Ninguna de las otras dos.