La llibreta
ACADEMIA

PARTE 1.- CUESTIONES

1. Dada una matriz A cuadrada, se dice que es simétrica si se cumple:
   a) La matriz A es igual a la opuesta de su matriz traspuesta, $A = -A^t$
   b) La matriz A es igual a su matriz traspuesta, $A = A^t$
   c) Ninguna de las otras.

2. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -2 & 4 & -8 \\ 0 & -6 & 6 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

   El resultado de hacer $2A + B$ es:
   a) La matriz identidad b) La matriz nula c) Ninguna de las anteriores

3. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}$, el valor de A^{-1} es:
   a) $\begin{pmatrix} 6 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 6 & -5 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ c) Ninguna de las otras.

4. Dada la inecuación $-6x + 8y - 6 \geq 2$. Un punto solución es:
   a) $(0, 1)$ b) $(1, 2)$ c) Todos los anteriores.

5. ¿Cuál es el valor del siguiente límite $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$, si se sabe que $f(x) = -e^{-5x}$?
   a) $+\infty$ b) $-\infty$ c) Ninguna de las otras.

6. La función $f(x) = \dfrac{-3}{x+3}$ tiene
   a) Asíntota horizontal, $y = 0$.
   b) Asíntota vertical, $x = -3$.
   c) Todas son correctas.

7. Dada la función $f(x) = \dfrac{x^3 - 3}{x^3}$, es:
   a) Decreciente en el intervalo $(0, +\infty)$.
   b) Creciente en el intervalo $(-\infty, 0)$.
   c) Todas son correctas.

8. Hallar $\int \left(-\dfrac{5}{x^2} + \dfrac{5}{x} \right) dx$
   a) $-5\ln(x^2) - 5\ln|x| + C$ b) $\dfrac{5 + 5x\ln|x|}{x} + C$ c) Ninguna de las otras.

9. Si A y B son sucesos de un espacio de probabilidad, se verifica:
   a) $P(A) = P(A \cup B) - P(A - B)$.
   b) $P(A) = P(A \cap B) + P(A - B)$

9. Si A y B son sucesos de un espacio de p

a) $P(A) = P(A \cup B) - P(A - B)$.

b) $P(A) = P(A \cap B) + P(A - B)$.

c) $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

10. La media de una variable aleatoria representa:

a) El valor que está en el centro del intervalo de definición.

b) El promedio del conjunto de todos los posibles valores de la variable.

c) Es una medida de dispersión de la variable.

11. Usando la tabla de la distribución normal $N(0;1)$ se puede afirmar que para la variable aleatoria $X \sim N(66;8)$

a) $P(X > 70) = 0,6915$.

b) $P(X < 70) = 0,6915$.

c) $P(X = 70) = 0,6915$.

12. El intervalo característico de una distribución $N(66;8)$ para el 90 % viene dado por:

a) $(52,84\,;79,16)$ b)$(50,32\,;81,68)$ c)$(45,4\,;86,6)$.

Nota:$Z_{\alpha/2} = 1,645$.

PARTE 2.- PROBLEMAS

1. Las ventas de turrón y mazapán de una pastelería durante noviembre, diciembre y enero están en la matriz A, y los precios de venta en euros están en la matriz B:

$$A = \begin{array}{c} \\ \\ \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} \textit{Noviembre} & \textit{Diciembre} & \textit{Enero} \end{array} \\ \begin{pmatrix} 360 & 450 & 300 \\ 550 & 650 & 600 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ \textit{Turrón} \\ \textit{Mazapán} \end{array} \; ; \; B = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} \textit{Turrón} & \textit{Mazapán} \end{array} \\ \begin{pmatrix} 15 & 30 \\ 20 & 30 \\ 10 & 20 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ \textit{Noviembre} \\ \textit{Diciembre} \\ \textit{Enero} \end{array}$$

a) Multiplicar las matrices para obtener los ingresos por la venta de turrón en los 3 meses. ¿Qué elemento de la matriz nos da esa información? ¿A cuánto ascienden los ingresos por la venta de mazapán?

b) Multiplicar las matrices para obtener los ingresos de ventas totales por meses. ¿En qué mes se alcanzó el máximo de ingresos? ¿Qué elemento de la matriz nos da esa información?

c) ¿Cuántos fueron los ingresos totales en los 3 meses?

2. Se considera la función

$$f(x) = \frac{4x}{x-5}$$

a) Razone cuál es el dominio de definición de $f(x)$.

b) Determine los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de $f(x)$.

c) Determine los intervalos de concavidad y convexidad de $f(x)$.

3. En un examen de matemáticas en el que se ha evaluado de 0 a 20 puntos, el 67% de los estudiantes ha obtenido una puntuación igual o menor que 12,2y el 9% ha obtenido puntuación superior a 16,7. Suponiendo que la distribución de las puntuaciones sea normal

a) Escriba en lenguaje matemático la información proporcionada.

b) Calcule su media.

c) Calcule su desviación típica.

Es casi el mismo examen que el de 2022

ACADEMIA La llibreta
www.academialallibreta.es
Gran vía Fernando el Católico 23
46008 Valencia

1

Una matriz cuadrada es simétrica si es igual a su transpuesta. $\rightarrow A = A^t$ opc b)

2

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} -2 & 4 & -8 \\ 0 & -6 & 6 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \qquad ¿2A+B?$$

$$2\begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 2 & -4 & 8 \\ 0 & 6 & -6 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}}_{2A} + \underbrace{\begin{pmatrix} -2 & 4 & -8 \\ 0 & -6 & 6 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}}_{B} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \text{MATRIZ NULA}$$

opc b)

3

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 6 \end{pmatrix} \qquad ¿A^{-1}? \rightarrow A^{-1} = \frac{\text{Adj}\,A^t}{|A|}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 6 \end{vmatrix} = 7$$

$$\text{Adj}\,A = \begin{pmatrix} 6 & +1 \\ +5 & 2 \end{pmatrix} \rightarrow \text{Adj}\,A^t = \begin{pmatrix} 6 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{\begin{pmatrix} 6 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}}{7} = \begin{pmatrix} 6/7 & 5/7 \\ 1/7 & 2/7 \end{pmatrix}$$

opc c)

4

$-6x + 8y - 6 \geq 2$

- $(0,1) \rightarrow -6(0) + 8(\ ) - 6 \geq 2 \rightarrow$ sí
- $(1,2) \rightarrow -6(1) + 8(2) - 6 \geq 2 \rightarrow$ sí
- Los dos puntos son soluciones de la inecuación c)

5

$$\lim_{x \to +\infty} -e^{-5x} = (-e^{-\infty}) = \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{-e^{5x}} = \frac{1}{-\infty} = 0$$

c)

6

$$f(x) = \frac{-3}{x+3} \rightarrow \text{Dom}\, f(x) = \mathbb{R} \sim \{-3\}$$

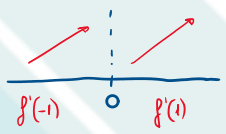
- $\exists$ A.V en $x=-3$
- AH $\rightarrow \lim_{x\to\infty} \frac{-3}{x+3} = \frac{-3}{\infty} \xrightarrow{N^\circ < D^\circ} = 0$ $\quad \exists$ A.H en $y=0$
- $\nexists$ A.O

opc c) Todas son correctas

7) $f(x) = \frac{x^3-3}{x^3} \rightarrow \text{Dom } f(x) = \mathbb{R} \sim \{0\}$

$$f'(x) = \frac{3x^2 \cdot x^3 - (x^3-3)\cdot 3x^2}{x^6} = \frac{\cancel{3x^5} - \cancel{3x^5} + 9x^2}{x^6} = \boxed{\frac{9}{x^4}}$$

$f'(x) = 0 \rightarrow \frac{9}{x^4} = 0 \rightarrow$ No existen puntos relativos



Estudiamos el crecimiento con el pto de No Dominio.

$f(x)$ es creciente en todo su dominio:

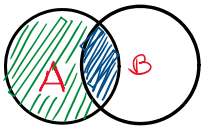
$(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ b)

8) $$\int \frac{-5}{x^2} + \frac{5}{x}\, dx = \int -5x^{-2}\, dx + \int \frac{5}{x}\, dx = \frac{-5x^{-1}}{-1} + 5\ln|x| + C$$

operamos mcm

$$= \boxed{\frac{5}{x} + 5\ln|x| + C} = \frac{5}{x} + \frac{5x\ln|x|}{x} + C$$ opc b)

9)



$P(A-B) = P(A) - P(A\cap B)$

a) $P(A) = P(A\cup B) - (P(A) - P(A\cap B))$

b) $P(A) = P(\cancel{A\cap B}) + P(A) - P(\cancel{A\cap B}) \rightarrow P(A) = P(A)$ ✓

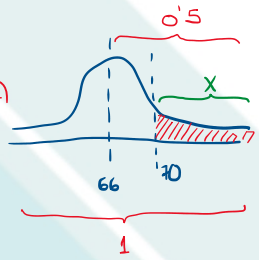
c) $P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$

10) Teoría = la definición de la media es la opción b)

a) = mediana $\qquad$ c) = desviación típica

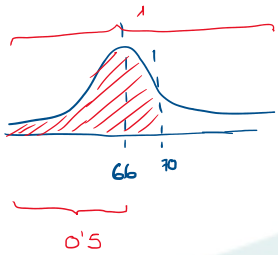
(11) $N(66, 8)$
μ, σ

a)



$x < 0'5 \rightarrow$ no puede ser 0.60 porque es mayor que 0.5

b)



$x > 0'5 \rightarrow$ sí puede ser 0.60 porque es mayor que 0.5

c) La opción c no puede ser porque es una distribución binomial y no nos dan datos para calcularla.

(12) $IC = (\bar{x} - z_{\alpha/2} \cdot \sigma \; ; \; \bar{x} + z_{\alpha/2} \cdot \sigma)$

$IC = (66 - 13.24, 66 + 13.24) = (52.84; 79.16)$ a)

PROBLEMAS

1. Las ventas de turrón y mazapán de una pastelería durante noviembre, diciembre y enero están en la matriz A, y los precios de venta en euros están en la matriz B:

$$A = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} \text{Noviembre} & \text{Diciembre} & \text{Enero} \end{array} \\ \begin{pmatrix} 260 & 350 & 200 \\ 450 & 550 & 400 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \text{Turrón} \\ \text{Mazapán} \end{array}$$

2x3

$$B = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} \text{Turrón} & \text{Mazapán} \end{array} \\ \begin{pmatrix} 15 & 30 \\ 20 & 30 \\ 10 & 20 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \text{Noviembre} \\ \text{Diciembre} \\ \text{Enero} \end{array}$$

3x2

a) Multiplicar las matrices para obtener los ingresos por la venta de turrón en los 3 meses. ¿Qué elemento de la matriz nos da esa información? ¿A cuánto ascienden los ingresos por la venta de mazapán?

b) Multiplicar las matrices para obtener los ingresos de ventas totales por meses. ¿En qué mes se alcanzó el máximo de ingresos? ¿Qué elemento de la matriz nos da esa información?

c) ¿Cuáles fueron los ingresos totales en los 3 meses?

a)

$$A \times B = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} T \times T & T \times M \end{array} \\ \begin{pmatrix} 12900 & 22300 \\ 21750 & 38000 \end{pmatrix} \\ \begin{array}{cc} M \times T & M \times M \end{array} \end{array} = S_1$$

$$S_1 \begin{cases} a_{11} \rightarrow I.\ \text{Turrón} = 12900\ € \\ a_{22} \rightarrow I.\ \text{Mazapán} = 38000\ € \end{cases}$$

$$\overline{50900\ €}$$

b) $$\underbrace{\underset{3\times 2}{B} \times \underset{2\times 3}{A}}_{} = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} N\times N & & \end{array} \\ \begin{pmatrix} 17400 & 21750 & 15000 \\ 18700 & 23500 & 16000 \\ 11600 & 14500 & 10000 \end{pmatrix} S_2 \\ \begin{array}{ccc} & D\times D & \\ & & E\times E \end{array} \end{array}$$

$$\rightarrow \left.\begin{array}{l} I_N = 17400\ € \rightarrow a_{11} \text{ de } S_2 \\ I_D = 23500\ € \rightarrow a_{22} \text{ de } S_2 \\ I_E = 10000\ € \rightarrow a_{33} \text{ de } S_2 \end{array}\right\} 50900\ €$$

c) $I_T = 50900\ €$

2. Se considera la función: $$f(x) = \frac{4x}{x-5}$$

a) Razone cuál el dominio de definición de f(x).

b) Determine los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f(x).

c) Determine los intervalos de concavidad y convexidad de f(x).

a) $\text{Dom } f(x) = \mathbb{R} \sim \{\text{Dº nulo}\}$

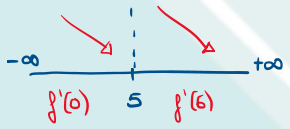
$x - 5 = 0 \rightarrow x = 5 \rightarrow \text{Dom } f(x) = \mathbb{R} \sim \{5\}$

b) $f(x) = \dfrac{4x}{x-5}$

- $f'(x) = \dfrac{4(x-5) - 4x}{(x-5)^2} = \dfrac{\cancel{4x} - 20 - \cancel{4x}}{(x-5)^2} = \boxed{\dfrac{-20}{(x-5)^2}}$

- $f'(x) = 0 \longrightarrow \dfrac{-20}{(x-5)^2} = 0 \longrightarrow$ No existen ptos relativos

Estudiamos el crecimiento con el pto de No dominio:

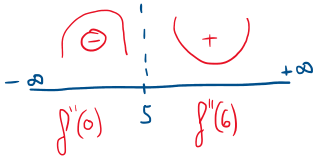


La función es decreciente en todo su dominio: $(-\infty, 5) \cup (5, +\infty)$

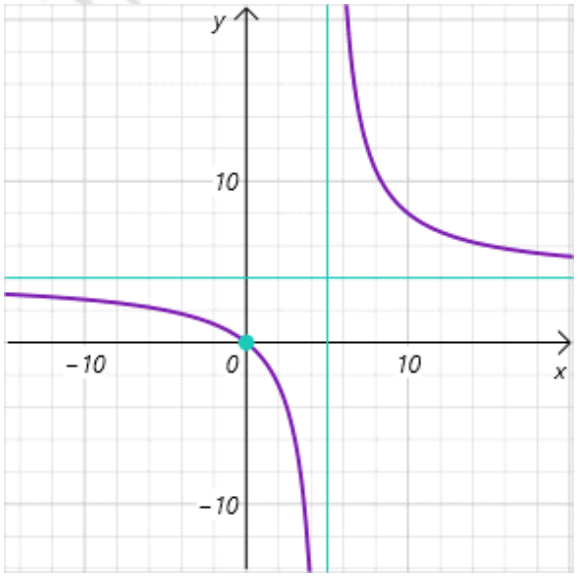
c) $f'(x) = \dfrac{-20}{(x-5)^2} \longrightarrow f''(x) = \dfrac{-(-20)\cdot 2\cancel{(x-5)}}{(x-5)^{\cancel{4}\,3}} = \boxed{\dfrac{40}{(x-5)^3}}$

$f''(x) = 0 \longrightarrow \dfrac{40}{(x-5)^3} = 0 \longrightarrow$ No existen ptos de inflexión

Estudiamos la concavidad con el pto de No dominio:



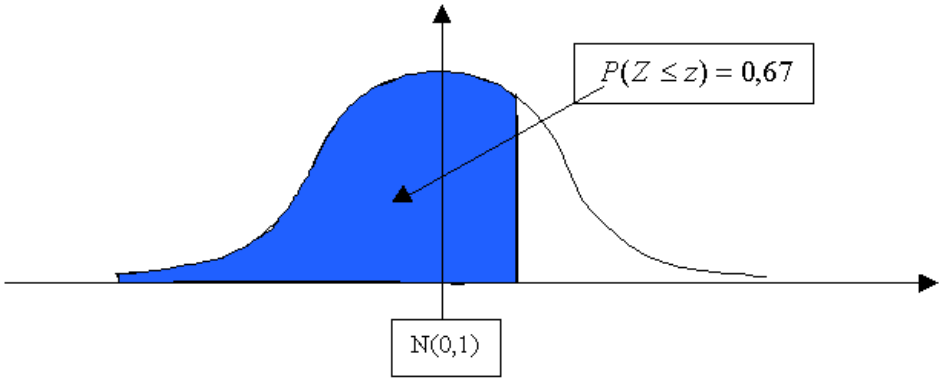
- $f(x)$ es cóncava $(5, +\infty)$
- $f(x)$ es convexa $(-\infty, 5)$



3. En un examen de matemáticas en el que se ha evaluado de 0 a 20 puntos, el 67% de los estudiantes ha obtenido una puntuación igual o menor que 12,2 y el 9% ha obtenido puntuación superior a 16, 7. Suponiendo que la distribución de las puntuaciones sea normal

a) Escriba en lenguaje matemático la información proporcionada.
b) Calcule su media.
c) Calcule su desviación típica.

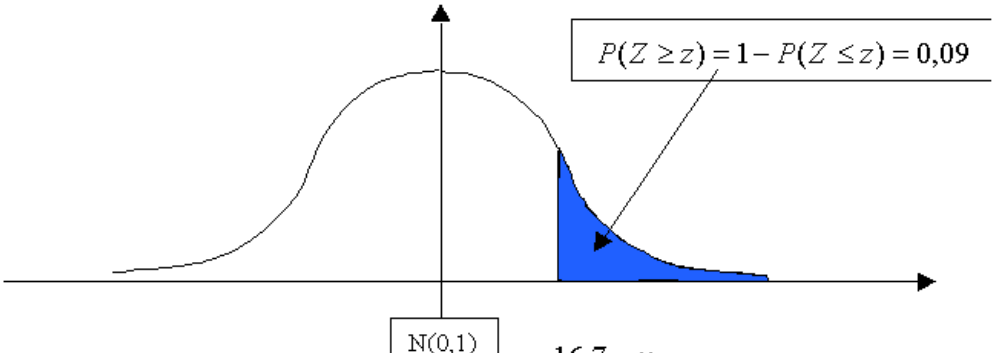
Sea :



Por las tablas de la función de distribución de la normal N(0, 1) :

$$si\ P(Z \le <) = 0{,}67 \Rightarrow z = 0{,}44 \quad y\ como \quad z = \frac{12{,}2 - \mu}{\sigma}\ tenemos\ una\ ecuación$$

Por otro lado :



$$P(Z \le z) = 1 - 0{,}09 = 0{,}91 \Rightarrow z = 1{,}34 \quad y\ como \quad z = \frac{16{,}7 - \mu}{\sigma} \quad tenemos\ otra\ ecuación$$

Con las dos ecuaciones, tenemos el sistema:

$$\begin{cases} 12{,}2 - \mu = 0{,}44\sigma \\ 16{,}7 - \mu = 1{,}34\sigma \end{cases} \Rightarrow \quad 0{,}9\sigma = 4{,}5 \quad \Rightarrow \quad \sigma = \frac{4{,}5}{0{,}9} = 5$$

Sustituyendo en la primera ecuación :

$$\mu = 12{,}2 - 0{,}44 \cdot 5 = 10$$

La media es 10 y la desviación típica es 5