

## Instrucciones

El examen tiene dos partes y cada parte se valora con un máximo de 5 puntos:

- PRIMERA PARTE, 10 cuestiones tipo test de opción múltiple.
- SEGUNDA PARTE, 2 problemas.

Se permite el uso de calculadora no programable. No se permite el uso de ningún otro tipo de material ni impreso ni digital.

**Vectores:** Las magnitudes vectoriales se escribirán con una flecha en su parte superior (por ejemplo: velocidad,  $\vec{v}$ ).

**Decimales:** En el enunciado en español se indican con una coma en la parte inferior (ejemplo: 3,14) en la traducción al inglés, se denotan con un punto (ejemplo: 3.14). Ambas notaciones (punto o coma para los decimales) se considerarán válidas en las respuestas de los alumnos.

## PRIMERA PARTE

## CUESTIONES TIPO TEST

Valoración de las cuestiones tipo test. Cada cuestión respondida correctamente suma 0,5 puntos. Cada fallo resta 0,2 puntos. Las cuestiones no contestadas no suman ni restan.

Solamente se corregirán las respuestas marcadas en la hoja de lectura óptica. No deben entregarse soluciones detalladas de las cuestiones de test.

1. En el Sistema Internacional de Unidades, la constante  $k$  en la ley de Coulomb se toma como  $k = b c^2$  siendo  $c$  la velocidad de la luz en el vacío y  $b$  una constante igual a  $10^{-7}$ . Las unidades de  $b$  son
  - a)  $\text{m}^{-2} \text{s}^{-2}$
  - b)  $\text{kg m C}^{-2}$
  - c)  $\text{N m}^{-2} \text{s}^{-2}$
2. Los radios de dos planetas son  $r_1$  y  $r_2$  mientras que sus densidades medias son  $\rho_1$  y  $\rho_2$ . El cociente entre las aceleraciones debidas a la gravedad en la superficie de cada planeta,  $g_1/g_2$  es
  - a)  $\rho_1 r_1^2 / \rho_2 r_2^2$ .
  - b)  $\rho_1 r_2^2 / \rho_2 r_1^2$ .
  - c)  $\rho_1 r_1 / \rho_2 r_2$ .
3. La carga eléctrica neta de un material que contiene  $1,25 \cdot 10^{12}$  iones de Magnesio ( $\text{Mg}^{2+}$ ) y  $4,5 \cdot 10^{13}$  electrones es (nótese que la carga del protón es  $q = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ )
  - a)  $-3,2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$
  - b)  $-5,2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$
  - c)  $-6,8 \cdot 10^{-6} \text{ C}$

4. En el campo eléctrico creado por una esfera con una densidad de carga positiva uniforme, el potencial eléctrico a una distancia  $R$  del centro de la esfera (con  $R$  mayor que el radio de la esfera)
- es independiente de la distancia  $R$ .
  - aumenta con la distancia  $R$ .
  - disminuye con la distancia  $R$ .
5. Dos cargas ( $q_1 = 3q$ , y  $q_2 = -q$ ) están fijas y separadas una distancia  $D = 4$  mm. El voltaje eléctrico generado por estas cargas se anula en un punto entre las dos cargas a una distancia  $d$  de la carga  $q_1$ , siendo
- $d = 1$  mm
  - $d = 2$  mm
  - $d = 3$  mm
6. El voltaje  $V$  debido a una carga puntual  $q$  es  $V_1$  a una distancia  $r_1$  de la carga. Entonces, a una distancia  $r_2 = 2 r_1$ , el voltaje  $V_2$  es
- $V_2 = V_1/2$
  - $V_2 = V_1/4$
  - $V_2 = V_1/\sqrt{2}$
7. La fuerza magnética sobre una partícula cargada que se mueve en un campo magnético
- está alineada con el campo magnético.
  - está alineada con la velocidad de la partícula.
  - es perpendicular al campo magnético.
8. Dados dos conductores rectilíneos indefinidos y paralelos, alineados con el eje  $z$ , con corrientes en direcciones opuestas,  $I_1\vec{k}$  y  $-I_2\vec{k}$ , respectivamente (siendo  $\vec{k}$  el vector unitario según el eje  $z$ ), la fuerza magnética entre los conductores
- es siempre atractiva.
  - es repulsiva.
  - es nula cuando  $I_1 = I_2$
9. En el Sistema Internacional de unidades, el desplazamiento vertical en una onda armónica es  $h(x, t) = 10 \sin [2\pi (0,3 t - 0,05 x)]$ . Esta onda tiene
- una longitud de onda de  $0,1 \pi$  m.
  - una frecuencia de  $0,6 \pi$  Hz.
  - una velocidad de fase de  $6 \text{ m s}^{-1}$ .
10. El Carbono-14,  $^{14}_6\text{C}$  utilizado en datación arqueológica decae por radiación beta dando lugar a un isótopo del nitrógeno. El número de neutrones ( $N$ ) y protones ( $Z$ , número atómico) en el núcleo de nitrógeno resultante es
- $N = 7, Z = 7$
  - $N = 8, Z = 5$
  - $N = 7, Z = 5$

Valoración máxima 2,5 puntos por cada problema. Dentro de cada problema, cada apartado tiene el mismo valor.

Se valora el planteamiento del problema, su desarrollo (deben indicarse los pasos que conducen a la solución), resultado correcto y el uso adecuado de unidades y vectores.

No se valorarán resultados que no estén justificados con explicaciones.

### PROBLEMA 1

En el modelo clásico del átomo de Hidrógeno, el electrón describe una órbita circular de radio  $r$  alrededor del protón que se considera fijo.

- Calcular la fuerza gravitacional y la fuerza eléctrica sobre el electrón debido al protón. Discutir si la fuerza gravitacional es relevante en este caso.
- Obtener la aceleración centrípeta y la velocidad angular del electrón.
- Obtener la velocidad orbital del electrón y compararla con la velocidad de la luz.
- Determinar la energía potencial eléctrica y la energía cinética del electrón en su órbita.
- Obtener el trabajo mínimo necesario para liberar al electrón de la atracción del protón.

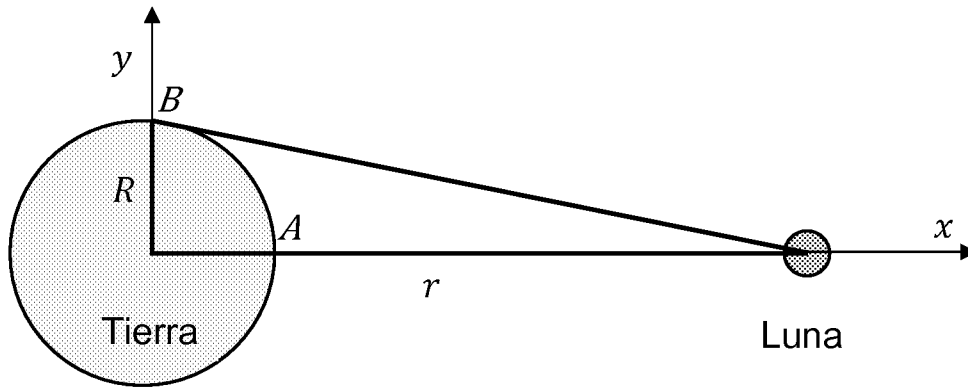
Datos:

$G$ , constante de gravitación universal	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
$k$ , constante de la ley de Coulomb	$9,0 \cdot 10^9 \text{ N m C}^{-2}$
$r$ , radio de la órbita del electrón	$5,3 \cdot 10^{-9} \text{ m}$
$m_e$ , masa del electrón	$9,11 \cdot 10^{-28} \text{ g}$
$m_p$ , masa del protón	$1,67 \cdot 10^{-24} \text{ g}$
carga del electrón	$-e = -1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
$c$ , velocidad de la luz en el vacío	$3,00 \cdot 10^5 \text{ km s}^{-1}$

## PROBLEMA 2

La figura (no a escala) representa esquemáticamente a la Tierra y la Luna en el plano orbital de la Luna  $(x, y)$ . Se denotan por  $\vec{i}$  y  $\vec{j}$  los vectores unitarios a lo largo de los ejes  $x$  e  $y$ , respectivamente.

Considérense dos masas iguales de agua  $m$  en la superficie del mar, localizadas en los puntos  $A = (R, 0)$  y  $B = (0, R)$ , respectivamente.



- Determinar la fuerza gravitatoria ejercida por la Tierra ( $\vec{F}_T$ ) y la ejercida por la Luna ( $\vec{F}_L$ ) en ambos casos sobre la masa  $m$  localizada en el punto  $A$ . Calcular el módulo de la fuerza total sobre esta masa.
- Determinar la fuerza gravitacional ejercida por la Tierra ( $\vec{F}_T$ ) y la ejercida por la Luna ( $\vec{F}_L$ ) sobre la masa  $m$  localizada en el punto  $B$ . Calcular el módulo de la fuerza total sobre esta masa.
- Obtener  $(E_B - E_A)$ , la diferencia de energía potencial gravitatoria de las masas situadas en estas dos posiciones,  $B$  y  $A$ .
- Si se denota por  $\vec{F}$  la diferencia entre la fuerza ejercida por la Luna sobre una masa  $m$  situada en la superficie de la Tierra y la fuerza de la Luna sobre la misma masa si esta estuviera situada en el centro de la Tierra, demostrar que para la masa situada en  $A$ ,  $\vec{F}$  está aproximadamente dada por la relación

$$\vec{F} = \frac{2GM_L m R}{r^3} \vec{i}$$

y calcular el módulo de  $\vec{F}$  sobre 1,00 kg de agua del mar en el punto  $A$ .

Datos:

$G$ , constante de gravitación universal	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
$r$ , radio de la órbita de la Luna	$3,84 \cdot 10^8 \text{ m}$
$R$ , radio de la Tierra	$6,38 \cdot 10^6 \text{ m}$
$M_T$ , masa de la Tierra	$5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$
$M_L$ , masa de la Luna	$7,35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$
$m$ , masa de agua	1,00 kg

## TRADUCCIÓN DEL EXAMEN A INGLÉS – ENGLISH TRANSLATION

### Instructions

This exam has two parts. Each part has a maximum score of 5 points:

- FIRST PART, 10 multiple choice questions.
- SECOND PART, 2 problems.

Non-programmable calculator may be used. No other (printed or digital) materials are allowed.

**Vectors:** Vectors should be written with an arrow above (for instance: velocity,  $\vec{v}$ ).

**Decimals:** The Spanish version of this exam uses comma as the decimal separator (for instance: 3,14) whereas the English translation uses a dot (for instance: 3.14). In the student responses, both notations (comma and dot) are equally valid.

### FIRST PART

### MULTIPLE CHOICE QUESTIONS

Grading scale: Correct answer +0.5 points. Wrong answer – 0.2 points. No answer 0 points.

Answer these questions on the mark-reading sheet. Detailed solutions are not necessary.

1. In the International System of units, the constant  $K$  in Coulomb's law is taken as  $K = b c^2$  where  $c$  is the speed of light in vacuum and the magnitude of  $b$  is  $10^{-7}$ . The units of  $b$  are
  - a)  $\text{m}^{-2} \text{s}^{-2}$
  - b)  $\text{kg m C}^{-2}$
  - c)  $\text{N m}^{-2} \text{s}^{-2}$
2. The radii of two planets are  $r_1$  and  $r_2$  and their mean densities  $\rho_1$  and  $\rho_2$ . Then, the ratio of acceleration due to gravity on the planets  $g_1/g_2$  is
  - a)  $\rho_1 r_1^2 / \rho_2 r_2^2$ .
  - b)  $\rho_1 r_2^2 / \rho_2 r_1^2$ .
  - c)  $\rho_1 r_1 / \rho_2 r_2$ .
3. The net electrical charge of a material containing  $1.25 \times 10^{12}$  Magnesium ions ( $\text{Mg}^{2+}$ ) and  $4.5 \times 10^{13}$  electrons is (note that the proton charge is  $q = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$ )
  - a)  $-3.2 \times 10^{-6} \text{ C}$
  - b)  $-5.2 \times 10^{-6} \text{ C}$
  - c)  $-6.8 \times 10^{-6} \text{ C}$
4. In the electric field created by a sphere with a uniform positive charge density on its surface, the electric potential at a distance  $R$  larger than the radius of the sphere
  - a) is independent on the distance  $R$ .
  - b) increases with the distance  $R$ .
  - c) decreases with the distance  $R$ .

5. Two charges ( $q_1 = 3q$  and  $q_2 = -q$ ) are separated a distance  $D = 4$  mm. The electric voltage vanishes at a location between both charges at a distance  $d$  from the charge  $q_1$ , being
- $d = 1$  mm
  - $d = 2$  mm
  - $d = 3$  mm
6. The voltage  $V$  due to a point charge  $q$  is  $V_1$  at a distance  $r_1$  from the charge. Then, at a distance  $r_2 = 2 r_1$ , the voltage  $V_2$  is
- $V_2 = V_1/2$
  - $V_2 = V_1/4$
  - $V_2 = V_1/\sqrt{2}$
7. The magnetic force on a charged particle moving in a magnetic field
- is aligned with the magnetic field.
  - is aligned with the particle velocity.
  - is perpendicular to the magnetic field.
8. Consider two parallel conductors along the  $z$  axis with currents  $I_1\vec{k}$  and  $-I_2\vec{k}$ , respectively ( $\vec{k}$  is the unit vector along the  $z$  axis). The magnetic force between the conductors
- is always attractive.
  - is repulsive.
  - is zero when  $I_1 = I_2$
9. In the International System of units, the vertical displacement from the undisturbed level in a harmonic wave is  $h(x, t) = 10 \sin [2\pi (0.3 t - 0.05 x)]$ . For this wave
- the wavelength is  $0.1 \pi$  m.
  - the frequency is  $0.6 \pi$  Hertz.
  - the phase velocity is  $6 \text{ m s}^{-1}$ .
10. The Carbon-14,  $^{14}_6\text{C}$  used in carbon dating decays by beta emission becoming an isotope of nitrogen. The number of neutrons ( $N$ ) and protons ( $Z$ , atomic number) in the nitrogen nucleus are
- $N = 7, Z = 7$
  - $N = 8, Z = 5$
  - $N = 7, Z = 5$

Maximum score 2.5 points each problem. Each section of a problem has the same scoring.

Justify the equations used in solving the problems. Give details of the steps taken to solve the problem. Provide physical units and use vectors if any.

Numerical results should be supported by physical explanations. Otherwise, they are not valid.

### PROBLEMA 1

In the classical model of the hydrogen atom, the electron describes a circular orbit of radius  $r$  around the proton.

- Calculate the gravitational force and the electrical force on the electron due to the proton. Discuss if the gravitational force is relevant in this case.
- Find the centripetal acceleration and the angular velocity of the electron.
- Obtain the orbital velocity of the electron and compare it with the light speed.
- Determine the electric potential energy and the kinetic energy of the electron in its orbit.
- Find the minimum work required to free the electron from the proton.

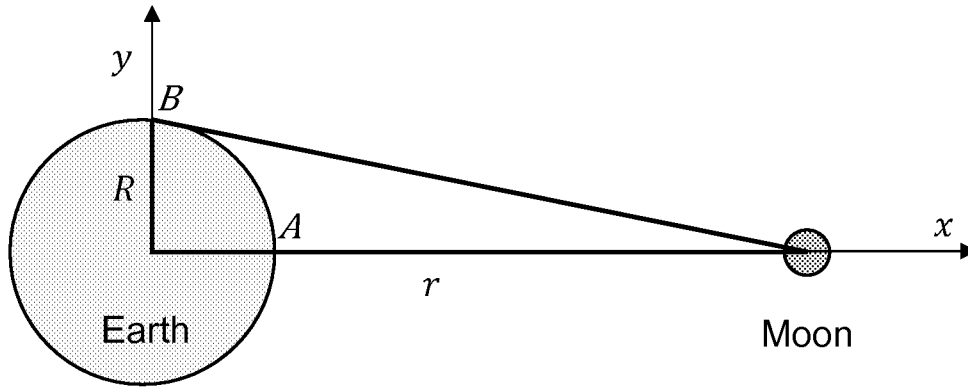
Data:

$G$ , gravitational constant	$6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
$k$ , Coulomb constant	$9.0 \times 10^9 \text{ N m C}^{-2}$
$r$ , radius of the electron's orbit	$5.3 \times 10^{-9} \text{ m}$
$m_e$ , electron mass	$9.11 \times 10^{-28} \text{ g}$
$m_p$ , proton mass	$1.67 \times 10^{-24} \text{ g}$
electron charge	$-e = -1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$
$c$ , speed of light in vacuum	$3.00 \times 10^5 \text{ km s}^{-1}$

## PROBLEM 2

The figure below (not to scale) depicts the Earth and the Moon on the Moon's orbital plane  $(x, y)$ . Let  $\vec{i}$  and  $\vec{j}$  denote the unit vector along the axis  $x$  and  $y$ , respectively.

Consider two equal small masses of water  $m$  at the sea surface, located at point  $A = (R, 0)$  and at point  $B = (0, R)$ , respectively.



- Determine the gravitational force due to the Earth ( $\vec{F}_E$ ) and the gravitational force due to the Moon ( $\vec{F}_M$ ) on the mass  $m$  located at point  $A$ . Calculate the magnitude of the total force on this mass.
- Determine the gravitational force due to the Earth ( $\vec{F}_E$ ) and the gravitational force due to the Moon ( $\vec{F}_M$ ) on the mass  $m$  located at point  $B$ . Calculate the magnitude of the total force on this mass.
- Obtain  $(E_B - E_A)$ , the difference in the gravitational potential energy of the masses located at both positions,  $B$  and  $A$ .
- Denote by  $\vec{F}$  the difference between the actual force exerted by the Moon on the mass  $m$  on the surface of the Earth and the force on the same mass if it were placed at the Earth's centre. Show that on the mass located at  $A$ ,  $\vec{F}$  is approximately given by the relation

$$\vec{F} = \frac{2GM_M m R}{r^3} \vec{i}$$

and calculate the magnitude of  $\vec{F}$  on 1.00 kg of seawater at position  $A$ .

Data:

$G$ , gravitational constant	$6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
$r$ , radius of Moon's orbit	$3.84 \times 10^8 \text{ m}$
$R$ , radius of Earth	$6.38 \times 10^6 \text{ m}$
$M_E$ , mass of Earth	$5.97 \times 10^{24} \text{ kg}$
$M_M$ , mass of Moon	$7.35 \times 10^{22} \text{ kg}$
$m$ , mass of water	1.00 kg