

PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNiques SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS

CONVOCATÒRIA DE SETEMBRE 2007

CONVOCATORIA DE SEPTIEMBRE 2007

MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE): De Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia
MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE): De Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnología

IMPORTANT / IMPORTANTE

2n Exercici 2º. Ejercicio	MATEMÀTIQUES II MATEMÁTICAS II	Obligatòria en la via Científicotecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut Obligatoria en la vía Científico-tecnológica y optativa en la de Ciencias de la Salud	90 minuts 90 minutos
------------------------------	-----------------------------------	---	-------------------------

Barem: / Baremo: S'han d'elegir TRES blocs i s'ha de fer un problema de cada un.

Cada problema es puntuat de 0 a 3,3 punts, segons la puntuació màxima indicada en cada apartat.

La suma de les puntuacions de cada problema més 0,1 serà la qualificació de la prova.

Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. Es prohibeix la seua utilització indeguda (guardar fórmules o text en la memòria). Independentment que s'utilitze la calculadora o no, els resultats analítics i gràfics han d'estar degudament justificats.

Bloc 1. ÀLGEBRA LINEAL

Problema 1.1. Atès el sistema d'equacions lineals
$$\begin{cases} 6x + 3y + 2z = 5 \\ 3x + 4y + 6z = 3 \\ x + 3y + 2z = \alpha \end{cases}$$
, es demana el següent:

- Justifiqueu que per a qualsevol valor del paràmetre real α , el sistema té solució única. (1 punt).
- Trobeu la solució del sistema en funció del paràmetre α . (1,3 punts).
- Determineu el valor de α per al qual la solució (x, y, z) del sistema satisfà $x + y + z = 1$. (1 punt).

Problema 1.2. Ateses les matrius $A = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ i $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, es demana el següent:

- Obteniu raonadament tots els valors de α per als quals $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ és l'única solució de l'equació matricial $AX = \alpha X$. (1,5 punts).
- Resoleu l'equació matricial $AX = 2X$. (1,8 punts).

Bloc 2. GEOMETRIA

Problema 2.1. Atès el pla $\pi: 2x + y + 3z - 1 = 0$ i el punt $Q = (2, 1, 3)$, es demana que calculeu:

- La distància del punt Q al pla π . (1,1 punts).
- L'àrea del triangle Δ els vèrtexs del qual P_1, P_2 i P_3 són els punts d'intersecció del pla π amb els eixos coordenats. (1,1 punts).
- El volum del tetraedre de vèrtexs P_1, P_2, P_3 i Q . (1,1 punts).

Problema 2.2. Atesos els plans π_1 i π_2 d'equacions

$$\pi_1: x + 2y + z + 3 = 0; \quad \pi_2: 2x + y - z - 6 = 0, \text{ es demana el següent:}$$

- Calculeu l'angle α que formen els plans π_1 i π_2 . (1,1 punts).
- Calculeu l'equació paramètrica de la recta r , intersecció dels plans π_1 i π_2 . (1,1 punts).
- Comproveu que el pla π d'equació $x + y - 1 = 0$ és el pla bisector de π_1 i π_2 , és a dir, π forma un angle $\alpha/2$ amb cadascun dels plans π_1 i π_2 , on α és l'angle obtingut en l'apartat a). (1,1 punts).

PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNiques SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS

CONVOCATÒRIA DE SETEMBRE 2007

CONVOCATORIA DE SEPTIEMBRE 2007

MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE): De Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia
MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE): De Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnología

IMPORTANT / IMPORTANTE

2n Exercici 2º. Ejercicio	MATEMÀTIQUES II MATEMÁTICAS II	Obligatòria en la via Científicotecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut Obligatoria en la vía Científico-tecnológica y optativa en la de Ciencias de la Salud	90 minuts 90 minutos
------------------------------	-----------------------------------	---	-------------------------

Barem: / Baremo: Se elegirán TRES bloques y se hará un problema de cada uno de ellos.

Cada problema se puntuará de 0 a 3,3 puntos según la puntuación máxima indicada en cada apartado.

La suma de las puntuaciones de cada problema más 0,1 será la calificación de la prueba.

Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria). Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar debidamente justificados.

Bloque 1. ÁLGEBRA LINEAL.

Problema 1.1. Dado el sistema de ecuaciones lineales
$$\begin{cases} 6x + 3y + 2z = 5 \\ 3x + 4y + 6z = 3 \\ x + 3y + 2z = \alpha \end{cases}$$
, se pide:

- Justificar que para cualquier valor del parámetro real α , el sistema tiene solución única. (1 punto).
- Hallar la solución del sistema en función del parámetro α . (1,3 puntos).
- Determinar el valor de α para el que la solución (x, y, z) del sistema satisface $x + y + z = 1$. (1 punto).

Problema 1.2. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ y $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, se pide:

- Obtener razonadamente todos los valores de α para los que $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ es la única solución de la ecuación matricial $AX = \alpha X$. (1,5 puntos).
- Resolver la ecuación matricial $AX = 2X$. (1,8 puntos).

Bloque 2. GEOMETRÍA.

Problema 2.1. Dado el plano $\pi: 2x + y + 3z - 1 = 0$ y el punto $Q = (2, 1, 3)$, se pide calcular:

- La distancia del punto Q al plano π . (1,1 puntos).
- El área del triángulo Δ cuyos vértices P_1, P_2 y P_3 son los puntos de intersección del plano π con los ejes coordenados. (1,1 puntos).
- El volumen del tetraedro de vértices P_1, P_2, P_3 y Q . (1,1 puntos).

Problema 2.2. Dados los planos π_1 y π_2 de ecuaciones

$$\pi_1: x + 2y + z + 3 = 0; \quad \pi_2: 2x + y - z - 6 = 0, \text{ se pide:}$$

- Calcular el ángulo α que forman los planos π_1 y π_2 . (1,1 puntos).
- Calcular la ecuación paramétrica de la recta r , intersección de los planos π_1 y π_2 . (1,1 puntos).
- Comprobar que el plano π de ecuación $x + y - 1 = 0$ es el plano bisector de π_1 y π_2 , es decir, π forma un ángulo $\alpha/2$ con cada uno de los planos π_1 y π_2 , donde α es el ángulo obtenido en el apartado a). (1,1 puntos).

PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNiques SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS
CONVOCATÒRIA DE SETEMBRE 2007
CONVOCATORIA DE SEPTIEMBRE 2007
MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE):
MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE):
De Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia
De Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnologia
IMPORTANT / IMPORTANTE

2n Exercici 2º. Ejercicio	MATEMÀTIQUES II MATEMÁTICAS II	Obligatòria en la via Científicotecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut Obligatoria en la vía Científicotecnológica y optativa en la de Ciencias de la Salud	90 minuts 90 minutos
-------------------------------------	--	---	--------------------------------

Barem: / Baremo: Se elegirán TRES bloques y se hará un problema de cada uno de ellos.

Cada problema se puntuará de 0 a 3,3 puntos según la puntuación máxima indicada en cada apartado.

La suma de las puntuaciones de cada problema más 0,1 será la calificación de la prueba.

Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria). Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar debidamente justificados.

Bloque 3. ANÁLISIS.
Problema 3.1. Dadas las funciones reales $f(x) = 4x^2 + 2x + 10$ y $g(x) = x^3 + x^2 + 5x + 5$. Se pide:

- Determinar las ecuaciones de las asíntotas a la gráfica de la función $\frac{f(x)}{g(x)}$. (1,6 puntos).
- Calcular la función $H(x) = \int \frac{f(x)}{g(x)} dx$ que cumple $H(0) = 0$. (1,7 puntos).

Problema 3.2. Sea la función con dominio los números reales no nulos $f(x) = \frac{4}{x}$.

- Calcular la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 2$. (1,8 puntos).
- Determinar los puntos M y N de la gráfica de $f(x)$ para los que las rectas tangentes a la gráfica en M y N se cortan en el punto $(4, -8)$. (1,5 puntos).

Bloque 4. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.
Problema 4.1. Se tienen dos programas informáticos A y B . Para procesar n datos, el programa A realiza un número de operaciones elementales no superior a $12 + n\sqrt[4]{n^3}$, mientras que el programa B ejecuta $n^2 - 2n + 10$ operaciones elementales. Comprobar que cuando el número n de datos es grande, el programa A procesa los n datos con menos operaciones elementales que el programa B . (3,3 puntos).

Problema 4.2. El borde de un estanque está formado por el arco de curva $y = 4 - x^2$ de extremos $(-2,0)$ y $(2,0)$ y el segmento rectilíneo que une estos dos puntos. Un surtidor está situado en el punto de coordenadas $(0,2)$. Se pide:

- Determinar, razonadamente, el punto del segmento rectilíneo del borde del estanque que está más próximo del surtidor. (0,8 puntos).
- Determinar, razonadamente, los puntos del arco de curva del borde del estanque que están más próximos del surtidor. (1,6 puntos).
- ¿Cuáles son los puntos del borde del estanque más próximos al surtidor? (0,9 puntos).

PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNiques SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS
CONVOCATÒRIA DE SETEMBRE 2007
CONVOCATORIA DE SEPTIEMBRE 2007
MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE):
MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE):
De Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia
De Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnologia
IMPORTANT / IMPORTANTE

2n Exercici 2º. Ejercicio	MATEMÀTIQUES II MATEMÁTICAS II	Obligatòria en la via Científicotecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut Obligatoria en la vía Científico-tecnológica y optativa en la de Ciencias de la Salud	90 minuts 90 minutos
-------------------------------------	--	--	--------------------------------

Barem: / Baremo: S'han d'elegir TRES blocs i s'ha de fer un problema de cada un.

Cada problema es puntua de 0 a 3,3 punts, segons la puntuació màxima indicada en cada apartat.

La suma de les puntuacions de cada problema més 0,1 serà la qualificació de la prova.

Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. Es prohibeix la seua utilització indeguda (guardar fórmules o text en la memòria). Independentment que s'utilitze la calculadora o no, els resultats analítics i gràfics han d'estar degudament justificats.

Bloc 3. ANÀLISI.
Problema 3.1. Ateses les funcions reals $f(x) = 4x^2 + 2x + 10$ i $g(x) = x^3 + x^2 + 5x + 5$, es demana el següent:

- a) Determineu les equacions de les asímptotes a la gràfica de la funció $\frac{f(x)}{g(x)}$. (1,6 punts).
- b) Calculeu la funció $H(x) = \int \frac{f(x)}{g(x)} dx$ que compleix $H(0) = 0$. (1,7 punts).

Problema 3.2. Siga la funció amb domini els nombres reals no nuls $f(x) = \frac{4}{x}$.

- a) Calculeu l'equació de la recta tangent i de la recta normal a la gràfica de $f(x)$ en el punt d'abscissa $x = 2$. (1,8 punts).
- b) Determineu els punts M i N de la gràfica de $f(x)$ per als quals les rectes tangents a la gràfica en M i N es tallen en el punt $(4, -8)$. (1,5 punts).

Bloc 4. RESOLUCIÓ DE PROBLEMES.
Problema 4.1. Es tenen dos programes informàtics A i B . Per a processar n dades, el programa A realitza un nombre d'operacions elementals no superior a $12 + n\sqrt[4]{n^3}$, mentre que el programa B executa $n^2 - 2n + 10$ operacions elementals. Comproveu que quan el nombre n de dades és gran, el programa A processa les n dades amb menys operacions elementals que el programa B . (3,3 punts).

Problema 4.2. La vora d'un estany està formada per l'arc de corba $y = 4 - x^2$ d'extrems $(-2,0)$ i $(2,0)$ i el segment rectilini que uneix aquests dos punts. Un sortidor està situat en el punt de coordenades $(0,2)$. Es demana el següent:

- a) Determineu, raonadament, el punt del segment rectilini de la vora de l'estany que està més pròxim al sortidor. (0,8 punts).
- b) Determineu, raonadament, els punts de l'arc de corba de la vora de l'estany que estan més pròxims al sortidor. (1,6 punts).
- c) Quins són els punts de la vora de l'estany més pròxims al sortidor? (0,9 punts).