PROBLEMA 1 - Interacción gravitatoria

El satélite Sentinel 1 se utiliza para la monitorización del suelo terrestre por teledetección. Tiene una masa $m = 2200$ kg y completa 14,5 órbitas circulares alrededor de la Tierra cada día.

a) Deduce la relación entre el radio de la órbita, la masa de la Tierra y la velocidad angular del Sentinel 1. Calcula la altura a la que se encuentra orbitando. (1 punto)

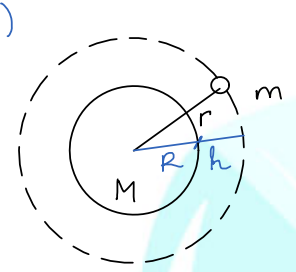
b) Calcula la velocidad orbital, la energía cinética y la energía mecánica del Sentinel 1. (1 punto)

Datos: constante de gravitación universal, $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2}$; masa de la Tierra, $M = 6{,}0 \cdot 10^{24}$ kg; radio de la Tierra, $R = 6370$ km.

$m = 2200\,kg$

$$\frac{14{,}5\ \text{órbitas}}{1\ \text{día}} \cdot \frac{1\ \text{día}}{24\,h} \cdot \frac{1\,h}{3600\,s} \cdot \frac{2\pi\ rad}{1\ \text{órbita}} = 1{,}0544\ \frac{rad}{s} \rightarrow \omega = 1{,}0544 \cdot 10^{-3}\ \frac{rad}{s}$$

a)



$r = R + h$

$$F_g = F_c$$

$$G\frac{M\cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m} \cdot \frac{v^2}{\cancel{r}}$$

Como $v = \omega \cdot r$

$$\frac{GM}{r} = \omega^2 \cdot r^2 \rightarrow \boxed{r^3 = \frac{GM}{\omega^2}}$$

Como nos piden la altura, calculamos el valor numérico de r y despejamos h:

$$r = \sqrt[3]{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{(1{,}0544 \cdot 10^{-3})^2}} = 7{,}1136 \cdot 10^6\ m$$

$$y\ h = r - R = 7{,}1136 \cdot 10^6 - 6370 \cdot 10^3$$

metros

$$\boxed{h = 7{,}436 \cdot 10^5\ m}$$

b) Vorb? Ec? Em?

Como $v = \omega \cdot r \rightarrow V_{orb} = 1{,}0544 \cdot 10^{-3} \cdot 7{,}1136 \cdot 10^6 \rightarrow \boxed{V_{orb} = 7500{,}58\ m/s}$

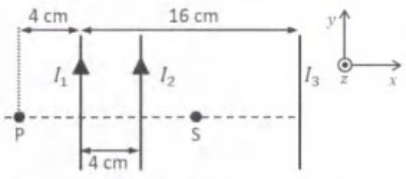
Como $E_c = \frac{1}{2} m V_{orb}^2 \rightarrow E_c = \frac{1}{2} \cdot 2200 \cdot 7500{,}58^2 \rightarrow \boxed{E_c = 6{,}188 \cdot 10^{10}\ J}$

Como $E_m = E_c + E_p \rightarrow E_m = \frac{1}{2} m V_{orb}^2 - \frac{GMm}{r} = \frac{1}{2}\frac{GMm}{r} - \frac{GMm}{r} = -\frac{1}{2}\frac{GMm}{r}$

$$\boxed{E_m = -E_c = -6{,}188 \cdot 10^{10}\ J}$$

PROBLEMA 2 - Interacción electromagnética

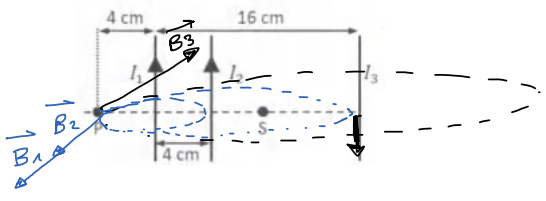
Se tienen tres conductores rectilíneos muy largos y paralelos entre sí. Por dos de los conductores circulan corrientes eléctricas $I_1 = 2{,}0$ A e $I_2 = 4{,}0$ A en el sentido que se indica en la figura.



a) Calcula la intensidad y el sentido de la corriente en el otro conductor I_3 para que el campo magnético en el punto P de la figura sea nulo. (1 punto)

b) El vector campo magnético en el punto S es $\vec{B}_S = -7{,}5 \cdot 10^{-7}\ \vec{k}$ T, determina la fuerza que actúa sobre una carga de 1 μC que pasa por S con una velocidad $\vec{v} = -10^5\ \vec{j}$ m/s. (1 punto)

Dato: permeabilidad magnética del vacío, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{T \cdot m/A}$.



$r_1 = 0{,}04\,m$
$r_2 = 0{,}08\,m$
$r_3 = 0{,}2\,m$
} distancia a P

a) Según la ley de Biot-Savart, un conductor rectilíneo genera un campo magnético en un punto que se calcula:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi r}$$

y por la regla de la mano derecha (RMD) se puede averiguar el sentido del campo generado.

$\vec{B_1} = +B_1\,\vec{k}$

$\vec{B_2} = +B_2\,\vec{k}$

$\vec{B_3} = -B_3\,\vec{k}$ para que, por el principio de superposición: $\vec{B_p} = \vec{B_1} + \vec{B_2} + \vec{B_3}$

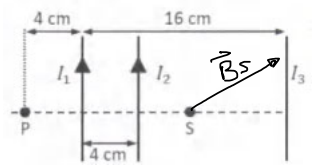
$$\cancel{\mu_0} \cdot I_1 + \cancel{\mu_0} \cdot I_2 - \cancel{\mu_0} \cdot I_3 = 0$$

$$\frac{\cdot}{\cancel{2\pi} r_1} + \frac{\cdot}{\cancel{2\pi} r_2} - \frac{\cdot}{\cancel{2\pi} r_3}$$

$$\frac{I_1}{r_1} + \frac{I_2}{r_2} - \frac{I_3}{r_3} = 0 \longrightarrow I_3 = \left(\frac{I_1}{r_1} + \frac{I_2}{r_2}\right)\cdot r_3 = \left(\frac{2}{0{,}04} + \frac{4}{0{,}08}\right)\cdot 0{,}2$$

$\boxed{I_3 = 20\ A}$ y la corriente irá en el sentido negativo del eje y.

b)



$\vec{B}_S = -7{,}5\cdot 10^{-7}\ \vec{k}\ T$ (entrante)

$q = 1\ \mu C = 1\cdot 10^{-6}\ C$

$\vec{v} = -10^5\ \vec{j}\ m/s$

Según la ley de Lorentz, una carga en movimiento en el seno de un campo magnético se verá sometida a una fuerza:

$$\vec{F} = q\cdot(\vec{v}\times\vec{B}) = q\cdot\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & \downarrow & 0 \\ 0 & 0 & B \end{vmatrix} = 1\cdot 10^{-6}\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & -10^5 & 0 \\ 0 & 0 & -7{,}5\cdot 10^{-7} \end{vmatrix}$$

$$\vec{F}_s = 1\cdot 10^{-6}\cdot(-10^5)(-7{,}5\cdot 10^{-7})\vec{i} \longrightarrow \boxed{\vec{F}_s = 7{,}5\cdot 10^{-8}\ \vec{i}\ N}$$

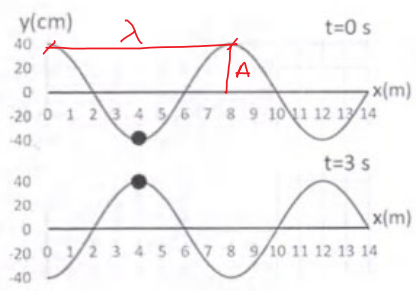
$F_s = 7{,}5\cdot 10^{-8}$ N en el sentido positivo del eje x.

PROBLEMA 3 - Ondas

Una onda armónica se propaga hacia la izquierda por la superficie de un estanque y provoca la oscilación de una boya, que pasa de la posición más baja a la más alta en 3 s. La figura representa la onda y la boya (círculo negro) en los instantes $t = 0$ y $t = 3$ s.

a) Determina la amplitud, longitud de onda, periodo, frecuencia y velocidad de propagación de la onda. (1 punto)

b) Determina la fase inicial y escribe la función de onda (utilizando la función seno). ¿Cuál es la velocidad de la boya en el instante $t = 3$ s? (1 punto)



a) De posición más baja a más alta en 3 s (+ de la más alta a la baja): $\boxed{T = 6\ s}$

Conocido T $\longrightarrow f = \frac{1}{T} \longrightarrow \boxed{f = \frac{1}{6}\ s^{-1}}$

De la gráfica: $\boxed{\lambda = 8\ m}$

$A = 40\ cm \longrightarrow \boxed{A = 0{,}4\ m}$

$\underset{\text{(hacia la izq)}}{V_p}$: $V_p = \lambda\cdot f \longrightarrow V_p = 8\cdot\frac{1}{6} \longrightarrow \boxed{V_p = 1{,}333\ m/s}$

b) La función de onda es: $y(x,t) = A\cdot \text{sen}(\omega t + kx + \varphi_0)$ m (hacia la izq.)

$$\left.\begin{array}{l} \omega = 2\pi f = 2\pi\frac{1}{6} = \frac{\pi}{3}\ rad/s \\ k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4}\ m^{-1} \end{array}\right\} \quad y(x,t) = 0{,}4\cdot\text{sen}\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{4}x + \varphi_0\right)\ m$$

Como en $x=0$ y $t=0$ (1ª gráfica) $\longrightarrow y = 40\ cm = 0{,}4\ m$ podemos calcular φ_0:

$y(0,0) = 0{,}4\cdot\text{sen}\,\varphi_0 \longrightarrow 0{,}4 = 0{,}4\cdot\text{sen}\,\varphi_0 \longrightarrow \text{sen}\,\varphi_0 = 1 \longrightarrow \boxed{\varphi_0 = \frac{\pi}{2}\ rad}$

Función de onda: $y(x,t) = 0{,}4\cdot\text{sen}\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{4}x + \frac{\pi}{2}\right)$ m

La velocidad de la boya se calcula derivando:

$$v(x,t) = \frac{dy}{dt} = 0{,}4\cdot\frac{\pi}{3}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{4}x + \frac{\pi}{2}\right)$$

La boya se encuentra en $x = 4\,m$ y para $t = 3$:

$$v(4,3) = 0{,}4 \cdot \frac{\pi}{3} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{\cancel{3}} \cdot \cancel{3} + \frac{\pi}{\cancel{4}} \cancel{4} + \frac{\pi}{2}\right) \longrightarrow \boxed{v(4,3) = 0\ m/s}$$

(se puede ver la gráfica que la boya se encuentra en el punto más alto y que entonces su $v = 0$)

PROBLEMA 4 - Física del siglo XX

En una excavación arqueológica se ha encontrado un tótem de madera cuyo contenido en ^{14}C es el 53% del que tienen las maderas de árboles actuales de la misma zona.

a) Determina en qué año fue realizado el tótem. (1 punto)

b) El isótopo $^{14}_{6}C$ se desintegra según $^{14}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{7}N + X$. La partícula X tiene una energía total $E = 0{,}667$ MeV y una energía cinética $E_c = 0{,}156$ MeV ¿De qué tipo de radiactividad se trata? Calcula la energía en reposo y la masa de la partícula. (1 punto)

Datos: periodo de semidesintegración $^{14}_{6}C$, $T_{1/2} = 5730$ años; carga elemental, $q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^{8}$ m/s

a) $T_{1/2} = 5730$ años $\longrightarrow \lambda = \dfrac{\ln 2}{T_{1/2}}$

$N = 0{,}53 N_0$

Por la ley de desintegración: $N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

$$0{,}53 \cancel{N_0} = \cancel{N_0} \cdot e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot t}$$

$$\ln 0{,}53 = -\frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot t \longrightarrow t = -\frac{T_{1/2} \cdot \ln 0{,}53}{\ln 2} \longrightarrow t = \frac{-5730 \cdot \ln 0{,}53}{\ln 2}$$

$t = 5248{,}31$ años $\longrightarrow 5248{,}31 - \cancel{2023}$ ~~año actual~~ $\boxed{\text{Año } 3.225 \text{ a.C.}}$

b) $^{14}_{6}C \longrightarrow {}^{14}_{5}N + {}^{A}_{Z}X$

$$\left.\begin{array}{l} 14 = 14 + A \rightarrow A = 0 \\ 6 = 5 + Z \rightarrow Z = -1 \end{array}\right\} \quad {}^{0}_{-1}e \Rightarrow {}^{0}_{-1}\beta \quad \boxed{\text{Se trata de radiación } \beta^-}$$

$$\left.\begin{array}{l} E = 0{,}667\ MeV \\ E_c = 0{,}156\ MeV \end{array}\right\} \quad E = E_0 + E_c \longrightarrow E_0 = E - E_c = 0{,}667 - 0{,}156$$

$$\boxed{E_0 = 0{,}511\ MeV}$$

Como $E_0 = m_0 c^2 \rightarrow m_0 = \dfrac{E_0}{c^2}$ $\longrightarrow$ Pasamos la energía a Julios:

$$E_0 = 0{,}511\ MeV \cdot \frac{10^6\ eV}{1\ MeV} \cdot \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ J}{1\ eV} = 8{,}176 \cdot 10^{-14}\ J$$

Así: $m_0 = \dfrac{8{,}176 \cdot 10^{-14}}{(3 \cdot 10^8)^2} \longrightarrow \boxed{m_0 = 9{,}084 \cdot 10^{-31}\ g}$