Modelos Exámenes PCE – BLOQUE I

MAYO 2021

1. Sea el polinomio p(x) = $\begin{vmatrix} x^2 & x^2 & 1 \\ 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & x \end{vmatrix}$ (determinante). Entonces:

   a. p(a) = 0 para algún valor a > 0.
   b. El grado de p(x) es menor que 4.
   c. Ninguna de las otras dos.

2. Sea la matriz B = A^4, donde A = $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $b_{3,1}$ el número de la tercera fila y la primera columna de B. Entonces:

   a. $b._{3,1}$ es un número par.
   b. $b._{3,1} > 10$.
   c. Ninguna de las otras dos.

3. Sea el sistema de ecuaciones lineales

$$S \equiv \begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}z = 1 \\ 3x - y + z = 2 \\ \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y + z = 3 \end{cases}$$

Entonces la solución cumple:

   a. x < z
   b. y > x + z
   c. Ninguna de las otras dos.

4. Sea el polinomio p(x) = $\begin{vmatrix} 1 & 1 & x \\ x & 1 & x \\ x & x & 1 \end{vmatrix}$ (determinante). Entonces:

   a. El grado de p(x) es menor que 3.
   b. p(x) = 0 tiene dos raíces enteras.
   c. Ninguna de las otras dos.

5. Sea el sistema de ecuaciones lineales $s \equiv \begin{cases} x + y + 3z = 1 \\ x + z = 1 \\ x + 2y + 3z = 2 \end{cases}$

   Entonces una solución cumple:
   a. xy > z
   b. yz > x
   c. Ninguna de las otras dos.

6. (2,5 puntos). Sea la matriz C= A^2 – 4A – 6B, donde $A = \begin{pmatrix} a & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 \\ a & 0 & a \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

   Estudie el **rango de C** en función del valor del número real **a**.

7. (2,5 p). Sean las matrices A = $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y B = A^{-1} – A. Estudie el rango de la matriz B.

JULIO 2020

8. Dada la matriz A = $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ -1 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, la suma de los elementos de la diagonal principal de la matriz A – 3I, siendo I la matriz identidad es:

   a. –5   b. –3   c. 0

9. La inversa de la matriz B = $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, es:
   a. $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
   b. $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
   c. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

10. Sean A y B dos matrices de 2x2. La igualdad:

$$(A + B) \cdot (A - B) = A^2 - B^2$$

Se cumple:
   a. Siempre
   b. Solo si AB = BA
   c. Solo si A = B

11. El rango de la matriz A= $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ es:

   a. Uno   b. Dos   c. Tres

12. Sea A una matriz cuadrada de tamaño 3x3. Si el determinante de A es 3, entonces el determinante de la inversa A^{-1} es:
   a. Det(A^{-1}) = –3
   b. Det(A^{-1}) = 1/3
   c. Det(A^{-1}) = 3

13. Toda matriz A que verifica A^4 = I, siendo I la matriz identidad, satisface la siguiente propiedad:
   a. $A^{-1} = A^3$, siendo A^{-1} la matriz inversa.
   b. El determinante de A es 1
   c. $A^2 = A^T$, siendo A^T la matriz traspuesta.

14. Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Si X es la solución de la ecuación matricial: **AX + B + C = I**

Siendo I la matriz identidad, entonces el elemento de la primera fila y la primera columna de X es:

a. −3
b. −2
c. 3

15. El sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x + y - 2z = 1 \\ x - y + 2z = -2 \\ 3x - y + 2z = 4 \end{cases}$$

a. Tiene una única solución
b. No tiene solución
c. Tiene infinitas soluciones

16. El sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 3x + y = 1 \\ x - y + 2z = -2 \\ 5x + y + 2z = 4 \end{cases}$$

a. Tiene una única solución
b. No tiene solución
c. Tiene infinitas soluciones

17. El rango de la matriz A= $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -2 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

a. Uno   b. Dos   c. Tres

18. La matriz A= $\begin{pmatrix} 3 & m & 0 \\ m & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ no es invertible cuando:

a. m = ±1

b. m =0

c. m = ±3

19. Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

La matriz A – BC es:

a. $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$

20. Si A es la matriz A= $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ a & 0 \end{pmatrix}$, entonces la ecuación matricial $A^2 - aI = O$, siendo I y O las matrices identidad y nula de orden 2x2 respectivamente, se verifica:

a. Para todo valor de a

b. Solo si a = 2 ó a = 1/2

c. Solo si a = 1 ó a = 2/3

➤ MAYO 2019

21. Sea A una matriz 3 x 3 tal que $A^3 = -I$, siendo I la matriz identidad, entonces:

a. $A^{10} = A$

b. $A^{10} = -A$

c. $A^{10} = I$

22. (2,5 p). Dado el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ ax + y + 2z = 0 \\ x - y + az = 1 \end{cases}$$

a. (1,5 puntos) Determine cuántas soluciones tiene dicho sistema en función de los valores del parámetro ***a***.
b. (0,5 puntos) Resuelva el sistema para el valor ***a* = −1**.
c. (0,5 puntos) Resuelva el sistema para el valor **a = 2**

SEPTIEMBRE 2018

23. Si el determinante $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 5$, entonces el determinante $\begin{vmatrix} 2a & 7b \\ 2c & 7d \end{vmatrix}$ es:

a. 10 b. 35 c. 70

JUNIO 2018

24. El rango de la matriz A= $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ es:

a. 1 b. 2 c. 3

2017

25. (2,5 puntos). Se desea recargar el cajero de un banco con billetes de 10, 20 y 50€. Por cada billete de 50 se ha de introducir uno de 20, mientras que por cada 2 billetes de 20 se han de introducir 3 de 10.

- Plantear un sistema de ecuaciones para determinar la proporción de cada una de las denominaciones de billetes que hay que introducir en el cajero. Resolver el sistema.
- Si el importe total en euros de todos los billetes ha de ser 28500€, ¿cuántos billetes de cada denominación hay que introducir en el cajero?

26. Sea la matriz A= $\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 2 \end{pmatrix}$ y sea A^{-1} su matriz inversa. Entonces el elemento a_{22} de la segunda fila y segunda columna de la matriz inversa A^{-1} es:

a. 0 b. -1 c. 1

27. Sea la matriz A= $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$. Entonces:

a. $A^2 = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 9 \end{pmatrix}$

b. $A^2 = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 9 \end{pmatrix}$

c. $A^2 = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -5 & 8 \end{pmatrix}$

28. (2,5 puntos). En una tienda online se han vendido 800 ejemplares de un libro de texto, entre nuevos y usados, y se han obtenido un total de 7110€. Un ejemplar nuevo cuesta 10€, mientras que los ejemplares usados se venden con un descuento que puede ser del 40% o del 50% según sea el estado del ejemplar. Se ha comprobado que por cada tres libros nuevos se ha vendido uno usado.

- Plantear un sistema de ecuaciones para hallar el número de ejemplares nuevos que se han vendido.
- Calcular cuántos ejemplares se vendieron con un descuento del 50%.

29. Sea la matriz A= = $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$. Entonces el elemento a_{31} de la tercera fila y la primera columna de la matriz inversa A^{-1} es:

a. 0 b. -1 c. -2

30. Sea la matriz A= = $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ tiene rango:

a. 1 b. 2 c. 3

31. (2,5 puntos). En una tienda de deportes se han vendido 500 balones de baloncesto, nuevos y usados, y se han obtenido un total de 10406€. Los balones nuevos se vendieron a 22€ y los balones usados con descuentos del 20% y 30%. Se sabe que el número de balones usados vendidos ha sido la cuarta parte que los balones nuevos.

- Plantear un sistema de ecuaciones para hallar el número de balones nuevos que se han vendido.
- Calcular cuántos balones usados se vendieron con descuento del 20%.

32. (2,5 puntos). Se han comprado tres productos A, B y C. Sin tener en cuenta el IVA, el producto C vale 360€ menos que la suma de lo que cuestan A y B conjuntamente, mientras que el importe total de los tres productos asciende a 800€. El producto A para un IVA del 6%, el producto B del 12% y el producto C del 30%. La factura total con IVA importa 917.60€.

- Plantear un sistema de ecuaciones para calcular la cantidad, sin IVA, que cuesta cada producto.
- Resolver el sistema por el método de Cramer.

33. Sea la matriz A= $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. Entonces la matriz inversa A^{-1} es:

a. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$

b. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$

c. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$

34. Se consideran las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

El producto de las matrices A·B es:

a. $\begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

35. Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$. Entonces la matriz inversa A^{-1} es:

a. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

b. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

c. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

36. Se consideran las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

La segunda fila de la matriz producto A·B es:

a. $\begin{pmatrix} -1 & 6 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} -1 & 3 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} -1 & 4 \end{pmatrix}$

37. Dada la matriz A= $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, la suma de los elementos de la primera columna de su matriz inversa A^{-1} es:

a. 1 b. 0 c. -1

38. Sea el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} x + ay + z = 1 \\ ax + y + (a-1)z = 1 \\ x + y + z = a + 1 \end{cases}$$

Para el valor de a= 1 el sistema es:

a. Compatible determinado.

b. Compatible indeterminado.

c. Incompatible.

Modelos Exámenes ANTERIORES

EXÁMENES 2014

39. **Ejercicio** (valor 2.5 puntos)

Resuelva, dependiendo del valor de λ, el siguiente sistema $S_\lambda \equiv \begin{cases} x - y - z = \lambda \\ 2y + 3z + 3x\lambda = 0 \\ 3z - 3x + 3y\lambda = 0 \end{cases}$

40. **Ejercicio** (valor 2.5 puntos)

Sea $a \in \mathbb{R}$. Calcule, en función de a, el rango de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & a \\ 1 & a & 1 \\ a & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

41. **Ejercicio** (valor 2.5 puntos)

Estudie la existencia de una matriz A tal que $A \times A = I$, y calcúlela en caso afirmativo.
Observación: $A \times A$ representa el producto de matrices.
$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, donde $a + d \neq 0$ y $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

42. **Ejercicio** (valor 2.5 puntos)

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -\lambda \\ 1 & \lambda & 3 \\ 4 & 1 & -\lambda \end{pmatrix}$ con $\lambda \in \mathbb{R}$ ¿Para qué valores de λ la matriz A no tiene inversa?

43. **Ejercicio** (valor 2.5 puntos)

Estudie si el sistema S_λ posee solución, dependiendo del valor de λ, $S_\lambda \equiv \begin{cases} \lambda x + 2y + \lambda z = 2 \\ \lambda x - \lambda y - z = 1 \\ \lambda x - y - z = \lambda \end{cases}$.

44. **Ejercicio** (valor 2.5 puntos)

Resuelva, dependiendo del valor de λ, el siguiente sistema $S_\lambda \equiv \begin{cases} 2\lambda x + 2y + 3\lambda z = 1 \\ \lambda x - \lambda y - z = 2 \\ x - y - z = \lambda \end{cases}$.

45. **Ejercicio** (valor 2.5 puntos)

Determine el conjunto de números reales α para los que el rango de la matriz A es menor que 3.

Nota: A^Trepresenta la matriza traspuesta de A.

$$A^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \alpha \\ 1 & 3 & \alpha \\ \alpha & \alpha & a \end{pmatrix}.$$

46. **Ejercicio** (valor 2.5 puntos)

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$. Hállese una matriz X que sea solución de la ecuación matricial $A\ X\ A^{-1} = C$.

47. **Ejercicio** (valor 2.5 puntos)

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} a & 0 & 2 \\ 0 & b & 0 \\ 2 & 0 & -a \end{pmatrix}$ donde a y b son números no nulos, determine A^4.

48. **Ejercicio** (valor 2.5 puntos)

Sea $a \in \mathbb{R}$. Calcule, en función de a, el rango de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & a \\ 0 & a & 1 \\ a & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

49. **Ejercicio** (valor 2.5 puntos)

Resuelva el sistema $S_\lambda \equiv \begin{cases} 3\lambda x + 2y + 3z = 1 \\ x - \lambda y - z = 1 \\ x - y - z = \lambda \end{cases}$, para aquellos valores de λ, que hacen al sistema compatible y determinado.

50. **Ejercicio** (valor 2.5 puntos)

Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \\ 4 & 1 & -2 \end{pmatrix}$. Calcule la matriz inversa de A.

51. **Ejercicio** (valor 2.5 puntos)

Sea el sistema de ecuaciones $\begin{cases} x + 2y + 3z &= -1 \\ 2x + 5y + 4z &= -2 \\ x + 3y + a^2 z &= a^2 \end{cases}$. Determine la solución, en función de $a \in \mathbb{R}$ en el caso de que sea compatible y determinado.

52. Ejercicio (valor 2.5 puntos)
Estudie si existe alguna matriz X tal que $A \times X \times B = C$, y en caso afirmativo, calcúlela.
Observación: $A \times X$ representa el producto de matrices.
$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

53. Ejercicio (valor 2.5 puntos)
Dados dos númerso a y b, no nulos, estudie si la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ a & 1 & 1 \\ 0 & b & 0 \end{pmatrix}$ tiene matriz inversa. En caso afirmativo, calcúlela

54. Ejercicio (valor 2.5 puntos)
Sea $a \in \mathbb{R}$. Determine el valor del determinante $\begin{vmatrix} a & a+1 & a+2 \\ a+3 & a+5 & a+7 \\ a+6 & a+9 & a+12 \end{vmatrix}$.

55. Ejercicio (valor 2.5 puntos)
Dados dos números a, b distintos, determine si la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & a & b \\ 4 & a^2 & b^2 \end{pmatrix}$ posee inversa en función de los valores de a , y b.

➢ EXÁMENES 2015

56. **Dados dos número a y b, tales que $ab \neq 0$, estudie si la matriz A^t es inversible. En caso afirmativo, calcule su inversa. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ a & 1 & 1 \\ 0 & b & 0 \end{pmatrix}$**

57 **Sea A una matriz cuadrada de orden 3 que verifica la ecuación matricial $A^2 = I - 2A$, siendo I la matriz identidad de orden 3. Pruebe que A es inversible y determine la matriz A^{-1} en función de A.**

58. Dada $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 4 & 1 & -2 \end{pmatrix}$, estudie si existe la matriz inversa de A. En caso afirmativo, calcúlela.

59. Resuelva el sistema $S_\lambda \equiv \begin{cases} 3\lambda x + 2y + 3z = 1 \\ x - \lambda y - z = 1 \\ x - y - z = \lambda \end{cases}$ para aquellos valores de λ, que hacen al sistema compatible y determinado.

60. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} a & 0 & 2 \\ 0 & b & 0 \\ 2 & 0 & -a \end{pmatrix}$ donde a y b son números no nulos, determine A^4.