TEMA 1: MATRICES
Operaciones básicas de matrices

Ejercicio 1.-

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$, calcula:

a) $-2A + 3B$ b) $\frac{1}{2} A \cdot B$ c) $B \cdot (-A)$ d) $A \cdot A - B \cdot B$

Ejercicio 2.-

Efectúa el producto $(-3 \quad 2) \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Ejercicio 3.-

a) ¿Son iguales las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ y $B = (2 \quad 3)$?

b) Halla, si es posible, las matrices AB; BA; $A + B$; $A^t - B$.

Ejercicio 4.-

Dadas las matrices: $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ comprueba que:

a) $(A + B)^t = A^t + B^t$

b) $(3A)^t = 3A^t$

Ejercicio 5.-

Calcula $3AA^t - 2I$, siendo $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$.

Ejercicio 6.-

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, comprueba que $(A \cdot B)^t = B^t \cdot A^t$.

Ejercicio 7.-

Calcula, en cada caso, la matriz B que verifica la igualdad:

a) $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 5 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} + B = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 6 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

b) $2\begin{pmatrix} -1 & 4 \\ -3 & -2 \end{pmatrix} - 3B = \begin{pmatrix} -5 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

SOLUCIONES

Ejercicio 1.-

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ **y** $B = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$, **calcula:**

a) $-2A + 3B$ **b)** $\frac{1}{2} A \cdot B$ **c)** $B \cdot (-A)$ **d)** $A \cdot A - B \cdot B$

a) $\begin{pmatrix} -23 & 4 \\ -12 & 4 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} -17/2 & -2 \\ -11/2 & 1 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 21 & -6 \\ 8 & -6 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 43 & -16 \\ 24 & -5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 34 & -16 \\ 22 & -9 \end{pmatrix}$

Ejercicio 2.-

Efectúa el producto $(-3 \quad 2) \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$(7 \quad 7) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = (7)$

Ejercicio 3.-

a) ¿Son iguales las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ **y** $B = (2 \quad 3)$**?**

b) Halla, si es posible, las matrices AB; BA; $A + B$; $A^t - B$.

a) No, A tiene dimensión 2×1 y B tiene dimensión 1×2. Para que dos matrices sean iguales, deben tener la misma dimensión y coincidir término a término.

b) $A \cdot B = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$; $B \cdot A = (1 \quad 3)$; $A + B$ no se puede hacer, pues no tienen la misma dimensión.

$A^t - B = (2 \quad 3) - (2 \quad 3) = (0 \quad 0)$

Ejercicio 4.-

Dadas las matrices: $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ **y** $B = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ **comprueba que:**

a) $(A + B)^t = A^t + B^t$

b) $(3A)^t = 3A^t$

a) $\left.\begin{array}{l} (A + B)^t = \begin{pmatrix} 5 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ A^t + B^t = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}\right\} (A + B)^t = A^t + B^t$

b) $\left.\begin{array}{l} (3A)^t = \begin{pmatrix} 3 & -6 & 3 \\ 9 & 0 & 3 \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} 3 & 9 \\ -6 & 0 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \\ 3A^t = 3 \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 9 \\ -6 & 0 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \end{array}\right\} (3A)^t = 3A^t$

Ejercicio 5.-

Calcula $3AA^t - 2I$, siendo $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$.

$$3A\,A^t - 2I = 3\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = 3\begin{pmatrix} 10 & 17 \\ 17 & 29 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 30 & 51 \\ 51 & 87 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 28 & 51 \\ 51 & 85 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 6.-

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, comprueba que $(A \cdot B)^t = B^t \cdot A^t$.

$$\left.\begin{array}{l} A \cdot B = \begin{pmatrix} -3 & 5 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow (A \cdot B)^t = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} \\ B^t \cdot A^t = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} \end{array}\right\} (A \cdot B)^t = B^t \cdot A^t$$

Ejercicio 7.-

Calcula, en cada caso, la matriz B que verifica la igualdad:

a) $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 5 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} + B = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 6 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

b) $2\begin{pmatrix} -1 & 4 \\ -3 & -2 \end{pmatrix} - 3B = \begin{pmatrix} -5 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

a) $B = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 6 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & -1 & 5 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$

b) $2\begin{pmatrix} -1 & 4 \\ -3 & -2 \end{pmatrix} - 3B = \begin{pmatrix} -5 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \rightarrow 3B = 2\begin{pmatrix} -1 & 4 \\ -3 & -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -5 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -6 & -3 \end{pmatrix}$

$B = \begin{pmatrix} 1 & 4/3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$