

Instrucciones

- **El examen se presenta en español e inglés, pero debe responderse exclusivamente en español.**
- La duración total del examen es de 90 minutos.
- Se permite el uso de calculadoras no programables.
- No se permite el uso de ordenadores personales ni aparatos electrónicos de comunicación.
- El examen consta de dos partes: dos problemas y diez preguntas de test.
- Las respuestas de las preguntas de test se deberán marcar en la hoja de respuestas que acompaña al enunciado.
- **La parte de problemas se responderá en hojas aparte.**
- Ambas partes se cumplimentarán con bolígrafo y se entregarán simultáneamente.

Criterios de evaluación

- Cada problema se puntúa entre 0 y 2,5 puntos.
- Cada pregunta de test puntúa de la forma siguiente:
 - Una respuesta correcta suma 0,5 puntos.
 - Una respuesta incorrecta, en blanco o con más de una marca ni suma ni resta, es decir, se valora con cero puntos.

Guidelines

- **The exam is presented in Spanish and English, but must be answered exclusively in Spanish.**
- The duration of the exam is 90 minutes.
- The use of non-programmable calculator is permitted.
- The use of laptops or any other electronic communication devices is not permitted.
- The exam has two parts: two problems and ten test questions.
- The answers to the test questions should be marked on the answer sheet that accompanies the statement.
- **The problem part will be answered on separate sheets.**
- Both parts will be completed with pen and must be given together at the end of exam.

Evaluation criteria

- Each problem will be valued between 0 and 2.5 points.
- Each test question will be valued as follow:
 - A correct answer adds 0.5 points.
 - An incorrect answer, blank or with more than one mark, neither add nor subtract, that is, it is valued with zero points.

Problemas

Problema 1 (2,5 puntos)

En un determinado ejercicio económico, la rentabilidad $f(x)$ de una empresa se puede aproximar mediante la expresión

$$f(x) = 4 - \frac{10}{x+2}$$

donde $x \geq 0$ representa el precio, en euros, que se establece para un cierto producto.

- Explicar razonadamente a partir de qué precio la empresa comienza a tener una rentabilidad no negativa.
- ¿Puede crecer indefinidamente la rentabilidad de la empresa a medida que aumenta el precio del producto? Justificar la respuesta.

Problema 2 (2,5 puntos)

Dados los planos

$$\begin{aligned}\pi_1 &\equiv 3x - 2y + z = 4 \\ \pi_2 &\equiv x + 3y - 2z = 2\end{aligned}$$

- Hallar la ecuación de la recta r que es paralela a los planos π_1 y π_2 y pasa por el punto $P(0,2, -1)$.
- Calcular la distancia de dicha recta r a los planos π_1 y π_2 .

Preguntas de test

1. Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$. Entonces el elemento a_{31} de la tercera fila y primera columna de la matriz inversa A^{-1} es
- 0.
 - 1.
 - 2.
2. La matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ tiene rango
- 1.
 - 2.
 - 3.
3. El valor del $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \cos(x-1)}{(\ln x)^2}$, donde $\ln x$ es el logaritmo neperiano de x , es igual a
- 1/2.
 - 1.
 - 1/2.
4. La integral $\int x\sqrt{2x^2+7} dx$ es igual a
- $\frac{1}{4}(2x^2+7)^{\frac{3}{2}}$.
 - $\frac{1}{6}(2x^2+7)^{\frac{3}{2}}$.
 - $\frac{1}{6}(2x^2+7)^{\frac{1}{2}}$.
5. El área del recinto limitado por las gráficas de las funciones $y = x^2 + x + 1$, $y = x + 2$ vale
- 5/3.
 - 2/3.
 - 4/3.
6. La distancia entre los puntos $A(4,2,1)$ y $B(6,4,2)$ es
- 3.
 - 4.
 - 5.
7. La ecuación del plano determinado por los puntos $A(0,2,-2)$, $B(3,2,1)$ y $C(2,3,2)$ es
- $x + 2y + 2z = 6$.
 - $2x + 2y - 2z = 12$.
 - $x + 2y - z = 6$.
8. Si A y B son sucesos de un espacio de probabilidad, $A \subset B$, tales que $P(B - A) = 0,2$ y $P(B) = 0,8$, entonces $P(A)$ vale
- 0,4.
 - 0,6.
 - 0,8.
9. Si A y B son sucesos de un espacio de probabilidad, y $P(A|B) = P(B|A)$, entonces
- A y B son independientes.
 - $A = B$.
 - $P(A) = P(B)$.
10. En una reunión en la que participan 23 mujeres y 27 hombres se sortean dos regalos. Uno de ellos se sortea entre las mujeres y el otro entre los hombres. La probabilidad de que una familia formada por una madre, un padre y dos hijas obtenga algún regalo en el sorteo es aproximadamente
- 0,1456.
 - 0,1536.
 - 0,1626.

Problems

Problem 1 (2,5 points)

In a given financial year, the profitability $f(x)$ of a company can be approximated by the expression

$$f(x) = 4 - \frac{10}{x+2}$$

where $x \geq 0$ represents the price, in euros, that is established for a certain product.

- Explain reasonably from what price the company begins to have a non-negative profitability.
- Can the profitability of the company grow indefinitely as the price of the product increases? Justify the answer.

Problem 2 (2,5 points)

Given the planes

$$\begin{aligned}\pi_1 &\equiv 3x - 2y + z = 4 \\ \pi_2 &\equiv x + 3y - 2z = 2\end{aligned}$$

- Find the equation of the line r that is parallel to the planes π_1 and π_2 and passes through the point $P(0, 2, -1)$.
- Calculate the distance of this line r to the planes π_1 and π_2 .

Test Questions

1. Given the matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$. Then the

element a_{31} of the third row and first column of the inverse matrix A^{-1} is

- a) 0.
- b) -1.
- c) -2.

2. The matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ has rank

- a) 1.
- b) 2.
- c) 3.

3. The value of $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \cos(x-1)}{(\ln x)^2}$, where $\ln x$ is logarithm of x , is equal to

- a) -1/2.
- b) 1.
- c) 1/2.

4. The integral $\int x\sqrt{2x^2+7} dx$ is equal to

- a) $\frac{1}{4}(2x^2+7)^{\frac{3}{2}}$.
- b) $\frac{1}{6}(2x^2+7)^{\frac{3}{2}}$.
- c) $\frac{1}{6}(2x^2+7)^{\frac{1}{2}}$.

5. The area limited by the functions $y = x^2 + x + 1$, $y = x + 2$ is worth

- a) 5/3.
- b) 2/3.
- c) 4/3.

6. The distance between points $A(4,2,1)$ and $B(6,4,2)$ is

- a) 3.
- b) 4.
- c) 5.

7. The equation of the plane determined by the points $A(0,2,-2)$, $B(3,2,1)$ and $C(2,3,2)$ is

- a) $x + 2y + 2z = 6$.
- b) $2x + 2y - 2z = 12$.
- c) $x + 2y - z = 6$.

8. If A and B are events of a probability space, $A \subset B$, so that $P(B-A) = 0,2$ and $P(B) = 0,8$, then $P(A)$ is equal to

- a) 0,4.
- b) 0,6.
- c) 0,8.

9. If A and B are events of a probability space, and $P(A|B) = P(B|A)$, then

- a) A y B are independents.
- b) $A = B$.
- c) $P(A) = P(B)$.

10. At a meeting in which 23 women and 27 men participated, draw two gifts. One of them is drawn between women and another among men. The probability that a family formed by a mother, a father and two daughters obtain some gift in the draw is approximately

- a) 0,1456.
- b) 0,1536.
- c) 0,1626.