

Instrucciones

- **El examen se presenta en español e inglés, pero debe responderse exclusivamente en español.**
- La duración total del examen es de 90 minutos.
- Se permite el uso de calculadoras no programables.
- No se permite el uso de ordenadores personales ni aparatos electrónicos de comunicación.
- El examen consta de dos partes: dos problemas y diez preguntas de test.
- Las respuestas de las preguntas de test se deberán marcar en la hoja de respuestas que acompaña al enunciado.
- **La parte de problemas se responderá en hojas aparte.**
- Ambas partes se cumplimentarán con bolígrafo y se entregarán simultáneamente.

Criterios de evaluación

- Cada problema se puntúa entre 0 y 2,5 puntos.
- Cada pregunta de test puntúa de la forma siguiente:
  - Una respuesta correcta suma 0,5 puntos.
  - Una respuesta incorrecta, en blanco o con más de una marca ni suma ni resta, es decir, se valora con cero puntos.

Guidelines

- **The exam is presented in Spanish and English, but must be answered exclusively in Spanish.**
- The duration of the exam is 90 minutes.
- The use of non-programmable calculator is permitted.
- The use of laptops or any other electronic communication devices is not permitted.
- The exam has two parts: two problems and ten test questions.
- The answers to the test questions should be marked on the answer sheet that accompanies the statement.
- **The problem part will be answered on separate sheets.**
- Both parts will be completed with pen and must be given together at the end of exam.

Evaluation criteria

- Each problem will be valued between 0 and 2.5 points.
- Each test question will be valued as follow:
  - A correct answer adds 0.5 points.
  - An incorrect answer, blank or with more than one mark, neither add nor subtract, that is, it is valued with zero points.

---

Problemas

**Problema 1** (2,5 puntos)

En una tienda *on-line* se han vendido 800 ejemplares de un libro de texto, entre nuevos y usados, y se ha obtenido un total de 7110 euros. Un ejemplar nuevo cuesta 10 euros, mientras que los ejemplares usados se venden con un descuento que puede ser del 40% o del 50% según sea el estado del ejemplar. Se ha comprobado que por cada tres libros nuevos se ha vendido uno usado.

- Plantear un sistema de ecuaciones para hallar el número de ejemplares nuevos que se han vendido.
- Calcular cuántos ejemplares se vendieron con un descuento del 50%.

**Problema 2** (2,5 puntos)

Se consideran las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x - 3z = -2 \\ y + z = 0 \end{cases} \quad s \equiv \begin{cases} x + 3y = 1 \\ z = 4 \end{cases}$$

- Estudiar la posición relativa de las dos rectas.
- Determinar, si es posible, la ecuación del plano que las contiene.
- Calcular la distancia entre las dos rectas.

Preguntas de test

1. Sea la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ . Entonces el elemento  $a_{23}$  de la segunda fila y tercera columna de la matriz inversa  $A^{-1}$  es
- 0.
  - 1.
  - 1.
2. La matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 2 & -4 & -1 \end{pmatrix}$  tiene rango
- 1.
  - 2.
  - 3.
3. El valor del  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{\ln(1+x)} \right)$ , donde  $\ln x$  es el logaritmo neperiano de  $x$ , es igual a
- 1/2.
  - 1.
  - 1/2.
4. La integral  $\int \sqrt{7x^2 + x^4} dx$  es igual a
- $\frac{1}{3}(7+x^2)^{\frac{3}{2}}$ .
  - $\frac{1}{2}(7+x^2)^{\frac{3}{2}}$ .
  - $\frac{1}{3}(7+x^2)^{\frac{1}{2}}$ .
5. El área limitada por la curva  $y = 2x - x^2$  y la recta  $y = -x$  vale
- 27/2.
  - 27/3.
  - 27/6.
6. La distancia del punto  $A(3,2,2)$  a otro punto  $B$  del eje de ordenadas es 7. Las coordenadas del punto  $B$  son
- (0,8,0).
  - (0,4,0).
  - (0,-8,0).
7. La ecuación del plano que pasa por los puntos  $A(3,2,1)$ ,  $B(4,2,1)$  y  $C(2,3,1)$  es
- $z = 1$ .
  - $y = 1$ .
  - $x = 1$ .
8. Si  $A$  y  $B$  son sucesos disjuntos de un espacio de probabilidad entonces siempre se cumple que
- $P(A \cap B) = 0$ .
  - $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ .
  - $P(A \cup B) = 1$ .
9. Si  $A$  y  $B$  son sucesos de un espacio de probabilidad, con  $P(A) = 0,3$ ,  $P(B) = 0,2$  y  $P(A \cup B) = 0,4$ , entonces  $P(A \cap B)$  vale
- 0,1.
  - 0,2.
  - 0.
10. En un colegio el 80% de los colegiales estudian inglés, y de cada tres colegiales, uno estudia inglés y francés. La probabilidad de que un estudiante de inglés lo sea también de francés es aproximadamente
- 0,333.
  - 0,267.
  - 0,417.

---

Problems

**Problem 1** (2,5 points)

In an on-line shop, 800 copies of a textbook have been sold, including new and used ones, and a total of 7110 euros has been obtained. A new book costs 10 euros, while the used ones are sold at a discount of 40% or 50% depending on their condition. It has been proven that for every three new books a used one has been sold.

- Pose a system of equations to find the number of new books that have been sold.
- Calculate how many books were sold with a 50% discount.

**Problem 2** (2,5 points)

Considering the straight lines

$$r \equiv \begin{cases} x - 3z = -2 \\ y + z = 0 \end{cases} \quad s \equiv \begin{cases} x + 3y = 1 \\ z = 4 \end{cases}$$

- Study the relative position of the both lines.
- Determine, if possible, the equation of the plane containing them.
- Calculate the distance between the two lines.

Test Questions

1. Given the matrix  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ . Then the element  $a_{23}$  of the second row and third column of the inverse matrix  $A^{-1}$  is
- 0.
  - 1.
  - 1.
2. The matrix  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 2 & -4 & -1 \end{pmatrix}$  has rank
- 1.
  - 2.
  - 3.
3. The value of  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{\ln(1+x)} \right)$ , where  $\ln x$  is the logarithm neperian of  $x$ , is equal to
- 1/2.
  - 1.
  - 1/2.
4. The integral  $\int \sqrt{7x^2 + x^4} dx$  is equal to
- $\frac{1}{3}(7+x^2)^{\frac{3}{2}}$ .
  - $\frac{1}{2}(7+x^2)^{\frac{3}{2}}$ .
  - $\frac{1}{3}(7+x^2)^{\frac{1}{2}}$ .
5. The area limited by the curve  $y = 2x - x^2$  and the line  $y = -x$  is equal to
- 27/2.
  - 27/3.
  - 27/6.
6. The distance from the point  $A(3,2,2)$  to the point  $B$  of the axis of ordinates is 7. The coordinates of the point  $B$  are
- (0,8,0).
  - (0,4,0).
  - (0,-8,0).
7. The equation of the plane passing through points  $A(3,2,1)$ ,  $B(4,2,1)$  and  $C(2,3,1)$  is
- $z = 1$ .
  - $y = 1$ .
  - $x = 1$ .
8. If  $A$  and  $B$  are disjoint events of a probability space then it is always true that
- $P(A \cap B) = 0$ .
  - $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ .
  - $P(A \cup B) = 1$ .
9. If  $A$  and  $B$  are events of a probability space, with  $P(A) = 0,3$ ,  $P(B) = 0,2$  and  $P(A \cup B) = 0,4$ , then  $P(A \cap B)$  is equal to
- 0,1.
  - 0,2.
  - 0.
10. In one school, 80 % of schoolchildren study english, and of every three schoolchildren, one studies english and french. The probability that an english student is also french is approximately
- 0,333.
  - 0,267.
  - 0,417.