

## INSTRUCCIONES

- **El enunciado de la prueba se proporciona en inglés y español. La contestación al examen ha de ser únicamente en español.**
- La duración total de la prueba es de 90 minutos.
- Se permite el uso de calculadora no programable ni con capacidades gráficas.
- No está permitido el uso de ordenadores, tablets ni ningún tipo de material electrónico o aparatos de comunicación.
- La prueba consta de dos partes:
  1. Diez preguntas tipo test, cada una con tres opciones de las que sólo una es correcta.
  2. Dos problemas de desarrollo.
- Las preguntas de test deben de contestarse en la hoja de respuestas que se adjunta.
- **La parte de problemas se contestará en hojas aparte.**
- Las dos partes de la prueba se contestarán con bolígrafo y se entregarán conjuntamente.

## PUNTUACIÓN

- Cada problema se puntúa de 0 a 2,5 puntos.
- Cada pregunta del test se puntúa de la forma siguiente:
  - La respuesta correcta suma 0,5 puntos.
  - La respuesta incorrecta resta 0,15 puntos.
  - La respuesta en blanco o con más de una marca se valora con cero puntos.

## INSTRUCTIONS

- **The exam statements appear both in English and Spanish but it has to be answered exclusively in Spanish.**
- The duration of the exam is of 90 minutes.
- The only calculators allowed are those non-programable or with graphic capabilities.
- The use of computers, tablets or any type of electronic material or communication devices is not permitted.
- This proof consists on two parts:
  1. Ten test questions, each with three options where only one of them is correct.
  2. Two problems to answer by explaining the reasoning done.
- The answers to the test questions should be marked on the sheet provided for this purpose.
- **The problems should be answered in separated sheets.**
- Boths parts of the proof should be completed with a pen. The sheets with the answers must be delivered together.

## SCORE

- Each problem is scored between 0 and 2.5 points.
- Each test question is scored as follows:
  - The correct answer adds 0.5 points.
  - La respuesta incorrecta resta 0.15 puntos.
  - La respuesta en blanco o con más de una marca se valora con cero puntos.

1. El rango de la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix} \text{ es:}$$

- a) 1.                      b) 2.                      c) 3.

2. El conjunto de soluciones del sistema

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$$

define:

- a) Un punto en el espacio.  
b) Una recta en el espacio.  
c) Un plano en el espacio.

3. El valor del límite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{sen} x}{\log(1 + x^2)}$$

(donde  $\log$  significa logaritmo neperiano), es:

- a) 1.                      b)  $\pi$ .                      c)  $\pi/2$ .

4. Las rectas:

$$r_1 : \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-1}{1}$$

$$r_2 : \frac{x-2}{1} = \frac{y-k}{1} = \frac{z-2}{2}$$

se cortan en un punto para el valor de  $k$ :

- a)  $k = 0$ .    b)  $k = 1$ .    c)  $k = 2$ .

5. El área del triángulo cuyos vértices son los puntos  $P = (1, 2, -3)$ ,  $Q = (-2, 1, 0)$  y  $O = (0, 0, 0)$  es:

- a)  $\frac{\sqrt{70}}{\sqrt{2}}$ .                      b)  $\frac{70}{\sqrt{2}}$ .                      c)  $\frac{\sqrt{70}}{2}$

6. El coseno del ángulo  $\theta$  formado por los vectores  $\overrightarrow{AB}$  y  $\overrightarrow{AC}$ , determinados por los puntos  $A(2, 1, 0)$ ,  $B(3, 0, 0)$  y  $C(4, 1, 2)$ , es:

$$a) \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

$$b) \cos \theta = \frac{1}{2}.$$

$$c) \cos \theta = 0.$$

7. La función

$$f(x) = \frac{x^3}{(x-1)^2}$$

corta al eje  $X$  en:

- a) Un único punto.  
b) Dos únicos puntos.  
c) Tres puntos.

8. La gráfica de la función

$$f(x) = \frac{x^3}{(x-1)^2}$$

tiene como asíntota la recta:

- a)  $x = 3$ .  
b)  $y = x + 2$ .  
c)  $y = -x + 2$ .

9. Sean  $A$  y  $B$  dos sucesos de un espacio muestral  $E$ , donde  $\overline{A}$  y  $\overline{B}$  denotan los sucesos contrarios. Tenemos asignada una probabilidad en  $E$  de modo que  $P(A \cap B) = 1/9$  y  $P(A \cap \overline{B}) = 2/9$ , entonces:

- a)  $P(B|A) = 1/3$ .  
b)  $P(B|A) = 2/81$ .  
c)  $P(B|A) = 1/9$ .

10. La integral

$$\int_0^{\pi/4} x \operatorname{sen} x \, dx$$

vale:

- a)  $\frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$ .    b)  $\frac{1}{2} \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$ .    c) 0.

1. Estudiar la posición relativa de los planos

$$\pi_1 : mx + z = 1$$

$$\pi_2 : my - z = 0$$

$$\pi_3 : (m + 1)x + y + 2z = m + 1$$

según los valores de  $m$ .

2. Hallar las asíntotas, intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función:

$$f(x) = \frac{x}{e^x - 1}$$

Hacer un esbozo de la gráfica de  $f$ .

1. The rank of the matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix} \text{ is:}$$

- a) 1.                      b) 2.                      c) 3.

2. The set of solutions to the linear system

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$$

defines:

- a) One point in the space.  
b) A line in the space.  
c) a plane in the space.

3. The limit

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{sen} x}{\log(1 + x^2)}$$

(where  $\log$  means Neperian logarithm),  
is:

- a) 1.                      b)  $\pi$ .                      c)  $\pi/2$ .

4. The lines:

$$r_1 : \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-1}{1}$$

$$r_2 : \frac{x-2}{1} = \frac{y-k}{1} = \frac{z-2}{2}$$

intersect in one point for the value of  $k$ :

- a)  $k = 0$ .    b)  $k = 1$ .    c)  $k = 2$ .

5. The area of the triangle having as vertices  $P(1, 2, -3)$ ,  $Q(-2, 1, 0)$ ,  $O(0, 0, 0)$  is:

- a)  $\frac{\sqrt{70}}{\sqrt{2}}$ .                      b)  $\frac{70}{\sqrt{2}}$ .                      c)  $\frac{\sqrt{70}}{2}$

6. The cosine of the angle  $\theta$  between the vectors  $\overrightarrow{AB}$  and  $\overrightarrow{AC}$ , defined by the points  $A(2, 1, 0)$ ,  $B(3, 0, 0)$  and  $C(4, 1, 2)$  is:

- a)  $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ .  
b)  $\cos \theta = \frac{1}{2}$ .  
c)  $\cos \theta = 0$ .

7. The function

$$f(x) = \frac{x^3}{(x-1)^2}$$

intersects the  $OX$  axis in:

- a) Exactly one point.  
b) Exactly two points.  
c) Three points.

8. The graph of the function

$$f(x) = \frac{x^3}{(x-1)^2}$$

has as asymptote the line:

- a)  $x = 3$ .  
b)  $y = x + 2$ .  
c)  $y = -x + 2$ .

9. Let  $A$  and  $B$  two events in a sample space  $E$ , where  $\overline{A}$  and  $\overline{B}$  denote the complementary events.  $E$  is assigned a probability such that  $P(A \cap B) = 1/9$  and  $P(A \cap \overline{B}) = 2/9$ , then:

- a)  $P(B|A) = 1/3$ .  
b)  $P(B|A) = 2/81$ .  
c)  $P(B|A) = 1/9$ .

10. The value of

$$\int_0^{\pi/4} x \operatorname{sen} x \, dx$$

is:

- a)  $\frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$ .    b)  $\frac{1}{2} \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$ .    c) 0.

1. Study the relative position of the three planes below

$$\pi_1 : mx + z = 1$$

$$\pi_2 : my - z = 0$$

$$\pi_3 : (m + 1)x + y + 2z = m + 1$$

in terms of the values of  $m$ .

2. Find the asymptotes, increasing and decreasing intervals to the function:

$$f(x) = \frac{x}{e^x - 1}$$

Sketch a graph of  $f$ .