

INSTRUCCIONES

- **El enunciado de la prueba se proporciona en inglés y español. La contestación al examen ha de ser únicamente en español.**
- La duración total de la prueba es de 90 minutos.
- Se permite el uso de calculadora no programable ni con capacidades gráficas.
- No está permitido el uso de ordenadores, tablets ni ningún tipo de material electrónico o aparatos de comunicación.
- La prueba consta de dos partes:
 1. Diez preguntas tipo test, cada una con tres opciones de las que sólo una es correcta.
 2. Dos problemas de desarrollo.
- Las preguntas de test deben de contestarse en la hoja de respuestas que se adjunta.
- **La parte de problemas se contestará en hojas aparte.**
- Las dos partes de la prueba se contestarán con bolígrafo y se entregarán conjuntamente.

PUNTUACIÓN

- Cada problema se puntúa de 0 a 2,5 puntos.
- Cada pregunta del test se puntúa de la forma siguiente:
 - La respuesta correcta suma 0,5 puntos.
 - La respuesta incorrecta resta 0,15 puntos.
 - La respuesta en blanco o con más de una marca se valora con cero puntos.

INSTRUCTIONS

- **The exam statements appear both in English and Spanish but it has to be answered exclusively in Spanish.**
- The duration of the exam is of 90 minutes.
- The only calculators allowed are those non-programable or with graphic capabilities.
- The use of computers, tablets or any type of electronic material or communication devices is not permitted.
- This proof consists on two parts:
 1. Ten test questions, each with three options where only one of them is correct.
 2. Two problems to answer by explaining the reasoning done.
- The answers to the test questions should be marked on the sheet provided for this purpose.
- **The problems should be answered in separated sheets.**
- Boths parts of the proof should be completed with a pen. The sheets with the answers must be delivered together.

SCORE

- Each problem is scored between 0 and 2.5 points.
- Each test question is scored as follows:
 - The correct answer adds 0.5 points.
 - La respuesta incorrecta resta 0.15 puntos.
 - La respuesta en blanco o con más de una marca se valora con cero puntos.

1. El valor del límite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{sen} x}{\log(1+x^2)}$$

(donde \log significa logaritmo neperiano), es:

- a) 1. b) π . c) $\pi/2$.

2. El rango de la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix} \text{ es:}$$

- a) 1. b) 2. c) 3.

3. El conjunto de soluciones del sistema

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$$

define:

- a) Un punto en el espacio.
b) Una recta en el espacio.
c) Un plano en el espacio.

4. El coseno del ángulo θ formado por los vectores \overrightarrow{AB} y \overrightarrow{AC} , determinados por los puntos $A(2, 1, 0)$, $B(3, 0, 0)$ y $C(4, 1, 2)$, es:

- a) $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$.
b) $\cos \theta = \frac{1}{2}$.
c) $\cos \theta = 0$.

5. Las rectas:

$$r_1 : \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-1}{1}$$

$$r_2 : \frac{x-2}{1} = \frac{y-k}{1} = \frac{z-2}{2}$$

se cortan en un punto para el valor de k :

- a) $k = 0$. b) $k = 1$. c) $k = 2$.

6. El área del triángulo cuyos vértices son los puntos $P = (1, 2, -3)$, $Q = (-2, 1, 0)$ y $O = (0, 0, 0)$ es:

- a) $\frac{\sqrt{70}}{\sqrt{2}}$. b) $\frac{70}{\sqrt{2}}$. c) $\frac{\sqrt{70}}{2}$.

7. La función

$$f(x) = \frac{x^3}{(x-1)^2}$$

corta al eje X en:

- a) Un único punto.
b) Dos únicos puntos.
c) Tres puntos.

8. La gráfica de la función

$$f(x) = \frac{x^3}{(x-1)^2}$$

tiene como asíntota la recta:

- a) $x = 3$.
b) $y = x + 2$.
c) $y = -x + 2$.

9. La integral

$$\int_0^{\pi/4} x \operatorname{sen} x \, dx$$

vale:

- a) $\frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$. b) $\frac{1}{2} \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$. c) 0.

10. Sean A y B dos sucesos de un espacio muestral E , donde \overline{A} y \overline{B} denotan los sucesos contrarios. Tenemos asignada una probabilidad en E de modo que $P(A \cap B) = 1/9$ y $P(A \cap \overline{B}) = 2/9$, entonces:

- a) $P(B|A) = 1/3$.
b) $P(B|A) = 2/81$.
c) $P(B|A) = 1/9$.

1. Estudiar la posición relativa de los planos

$$\pi_1 : mx + z = 1$$

$$\pi_2 : my - z = 0$$

$$\pi_3 : (m + 1)x + y + 2z = m + 1$$

según los valores de m .

2. Hallar las asíntotas, intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función:

$$f(x) = \frac{x}{e^x - 1}$$

Hacer un esbozo de la gráfica de f .

1. The limit

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{sen} x}{\log(1+x^2)}$$

(where \log means Neperian logarithm),
is:

- a) 1. b) π . c) $\pi/2$.

2. The rank of the matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix} \text{ is:}$$

- a) 1. b) 2. c) 3.

3. The set of solutions to the linear system

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$$

defines:

- a) One point in the space.
b) A line in the space.
c) a plane in the space.

4. The cosine of the angle θ between the vectors \overrightarrow{AB} and \overrightarrow{AC} , defined by the points $A(2, 1, 0)$, $B(3, 0, 0)$ and $C(4, 1, 2)$ is:

- a) $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$.
b) $\cos \theta = \frac{1}{2}$.
c) $\cos \theta = 0$.

5. The lines:

$$r_1 : \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-1}{1}$$

$$r_2 : \frac{x-2}{1} = \frac{y-k}{1} = \frac{z-2}{2}$$

intersect in one point for the value of k :

- a) $k = 0$. b) $k = 1$. c) $k = 2$.

6. The area of the triangle having as vertices the points $P(1, 2, -3)$, $Q(-2, 1, 0)$ y $O(0, 0, 0)$ is:

- a) $\frac{\sqrt{70}}{\sqrt{2}}$. b) $\frac{70}{\sqrt{2}}$. c) $\frac{\sqrt{70}}{2}$

7. The function

$$f(x) = \frac{x^3}{(x-1)^2}$$

intersects the OX axis in:

- a) Exactly one point.
b) Exactly two points.
c) Three points.

8. The graph of the function

$$f(x) = \frac{x^3}{(x-1)^2}$$

has as asymptote the line:

- a) $x = 3$.
b) $y = x + 2$.
c) $y = -x + 2$.

9. The value of

$$\int_0^{\pi/4} x \operatorname{sen} x \, dx$$

is:

- a) $\frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$. b) $\frac{1}{2} \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$. c) 0.

10. Let A and B be two events in a sample space E , where \overline{A} and \overline{B} denote the complementary events. E is assigned a probability such that $P(A \cap B) = 1/9$ and $P(A \cap \overline{B}) = 2/9$, then:

- a) $P(B|A) = 1/3$.
b) $P(B|A) = 2/81$.
c) $P(B|A) = 1/9$.

1. Study the relative position of the three planes below

$$\pi_1 : mx + z = 1$$

$$\pi_2 : my - z = 0$$

$$\pi_3 : (m + 1)x + y + 2z = m + 1$$

in terms of the values of m .

2. Find the asymptotes, increasing and decreasing intervals to the function:

$$f(x) = \frac{x}{e^x - 1}$$

Sketch a graph of f .