UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN A DISTANCIA
Matemáticas
Prueba de competencia específica
Curso **2016-17**

Examen tipo **M**

Instrucciones

- **El examen se presenta en español e inglés, pero debe responderse exclusivamente en español.**
- La duración total del examen es de 90 minutos.
- Se permite el uso de calculadoras no programables.
- No se permite el uso de ordenadores personales ni aparatos electrónicos de comunicación.
- El examen consta de dos partes: dos problemas y diez preguntas de test.
- Las respuestas de las preguntas de test se deberán marcar en la hoja de respuestas que acompaña al enunciado.
- **La parte de problemas se responderá en hojas aparte.**
- Ambas partes se cumplimentarán con bolígrafo y se entregarán simultáneamente.

Criterios de evaluación

- Cada problema se puntúa entre 0 y 2,5 puntos.
- Cada pregunta de test puntúa de la forma siguiente:
  - Una respuesta correcta suma 0,5 puntos.
  - Una respuesta incorrecta, en blanco o con más de una marca ni suma ni resta, es decir, se valora con cero puntos.

Guidelines

- **The exam is presented in Spanish and English, but must be answered exclusively in Spanish.**
- The duration of the exam is 90 minutes.
- The use of non-programmable calculator is permited.
- The use of laptops or any other electronic communication devices is not permited.
- The exam has two parts: two problems and ten test questions.
- The answers to the test questions should be marked on the answer sheet that accompanies the statement.
- **The problem part will be answered on separate sheets.**
- Both parts will be completed with pen and must be given togheter at the end of exam.

Evaluation criteria

- Each problem will be valued between 0 and 2.5 points.
- Each test question will be valued as follow:
  - A correct answer adds 0.5 points.
  - An incorrect answer, blank or with more than one mark, neither add nor subtract, that is, it is valued with zero points.

Problemas

Problema 1 *(2,5 puntos)*

En una tienda de deportes se han vendido 500 balones de baloncesto, nuevos y usados, y se han obtenido en total 10406 euros.

Los balones nuevos se vendieron a 22 euros y los balones usados con descuentos del 20 % y 30 %. Se sabe que el número de balones usados vendidos ha sido la cuarta parte que los balones nuevos.

- Plantear un sistema de ecuaciones para hallar el número de balones nuevos que se han vendido.
- Calcular cuántos balones usados se vendieron con descuento del 20 %.

Problema 2 *(2,5 puntos)*

Calcular la siguiente integral:

$$\int x^2 e^{-x}\, dx$$

Preguntas de test

1. Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. Entonces la matriz inversa A^{-1} es

a) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$

b) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$

c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$

2. Se consideran las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

El producto de las matrices $A \cdot B$ es

a) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}$.

b) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$.

c) $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

3. El valor del $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2-6x+8}{x^2-2}$ es igual a

a) $+\infty$.

b) 1.

c) 2.

4. El número de puntos en los que las siguientes funciones $f(x) = e^{x^2-x+1}$, $g(x) = e^x$ alcanzan el mismo valor es

a) $x = 0$.

b) $x = 1$.

c) $x = 2$.

5. El área limitada por la función $y = \operatorname{sen} x$, el eje de abscisas y las rectas $x = \frac{\pi}{4}$, $x = -\frac{\pi}{4}$ vale

a) 2.

b) $2 - \sqrt{2}$.

c) $2 + \sqrt{2}$.

6. La ecuación de la recta que pasa por el punto $A(2,1,0)$ y tiene por vector director $\vec{v} = (1,2,1)$ es

a) $(x,y,z) = (1,2,1) + t(2,1,0)$.

b) $\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$.

c) $\begin{cases} 2x - y - 3 = 0 \\ x - z - 2 = 0 \end{cases}$

7. Los planos $\begin{cases} \pi_1 \equiv 3x - 3y + 12z - 9 = 0 \\ \pi_2 \equiv -x + y - 4z + 3 = 0 \end{cases}$ son

a) secantes.

b) paralelos.

c) coincidentes.

8. La distancia del punto $A(2,3,4)$ a la recta $r \equiv \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$ vale

a) $\frac{\sqrt{144}}{\sqrt{14}}$.

b) $\frac{\sqrt{288}}{\sqrt{14}}$.

c) $\frac{\sqrt{432}}{\sqrt{14}}$.

9. Si A y B son sucesos de un espacio de probabilidad, $P(A) = P(B) = \frac{1}{3}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$, entonces $P(A \cup B)$ es igual a

a) 1/2.

b) 1/3.

c) 2/3.

10. En una determinada población, la probabilidad de que un recién nacido sea varón es 0,51. Entonces la probabilidad de que una familia con cuatro hijos tenga al menos una niña, suponiendo que los distintos nacimientos son independientes, es aproximadamente

a) 0,1326.

b) 0,9323.

c) 0,8673.

Problems

Problem 1 *(2,5 points)*

In a sports shop have sold 500 basketballs, new and used, and have been obtained in total 10406 euros.
The new balls were sold for 22 euros and used balls with discounts of 20% and 30%. It is known that the number of used balls sold has been the fourth part of the new balls.

- Pose a system of equations to find the number of new balls that have been sold.
- Calculate how many used balls were sold with a 20% of discount.

Problem 2 *(2,5 points)*

Calculate the following integral:

$$\int x^2 e^{-x}\, dx$$

UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN A DISTANCIA
Mathematics
Specific Competency Exam
Year **2016-17**

Exam Type **M**

Test Questions

1. Given the matrix $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. Then the inverse matrix A^{-1} is

a) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$

b) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$

c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$

2. Are considered the matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

The product of the matrices $A \cdot B$ is

a) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}$.

b) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$.

c) $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

3. The value of $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2-6x+8}{x^2-2}$ is equal to

a) $+\infty$.

b) 1.

c) 2.

4. The number of points on which the following functions $f(x) = e^{x^2-x+1}$, $g(x) = e^x$ reach the same value is

a) $x = 0$.

b) $x = 1$.

c) $x = 2$.

5. The area limited by the function $y = \operatorname{sen} x$, the axis of abscissas and the lines $x = \frac{\pi}{4}$, $x = -\frac{\pi}{4}$ is worth

a) 2.

b) $2 - \sqrt{2}$.

c) $2 + \sqrt{2}$.

6. The equation of the line passing through the point $A(2,1,0)$ and has by vector director $\vec{v} = (1,2,1)$ is

a) $(x,y,z) = (1,2,1) + t(2,1,0)$.

b) $\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$.

c) $\begin{cases} 2x - y - 3 = 0 \\ x - z - 2 = 0 \end{cases}$

7. The planes $\begin{cases} \pi_1 \equiv 3x - 3y + 12z - 9 = 0 \\ \pi_2 \equiv -x + y - 4z + 3 = 0 \end{cases}$ are

a) secants.

b) parallels.

c) coincidents.

8. The distance from the point $A(2,3,4)$ to the line $r \equiv \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$ is worth

a) $\frac{\sqrt{144}}{\sqrt{14}}$.

b) $\frac{\sqrt{288}}{\sqrt{14}}$.

c) $\frac{\sqrt{432}}{\sqrt{14}}$.

9. If A and B are events of a probability space, $P(A) = P(B) = \frac{1}{3}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$, then $P(A \cup B)$ is equal to

a) 1/2.

b) 1/3.

c) 2/3.

10. In a given population, the probability of a newborn being a male is 0,51. Then the probability that a family with four children will have at least one doughter, assuming that the different births are independent, it is approximately

a) 0,1326.

b) 0,9323.

c) 0,8673.