

Instrucciones

- **El examen se presenta en español e inglés, pero debe responderse exclusivamente en español.**
- La duración total del examen es de 90 minutos.
- Se permite el uso de calculadoras no programables.
- No se permite el uso de ordenadores personales ni aparatos electrónicos de comunicación.
- El examen consta de dos partes: dos problemas y diez preguntas de test.
- Las respuestas de las preguntas de test se deberán marcar en la hoja de respuestas que acompaña al enunciado.
- **La parte de problemas se responderá en hojas aparte.**
- Ambas partes se cumplimentarán con bolígrafo y se entregarán simultáneamente.

Criterios de evaluación

- Cada problema se puntúa entre 0 y 2,5 puntos.
- Cada pregunta de test puntúa de la forma siguiente:
 - Una respuesta correcta suma 0,5 puntos.
 - Una respuesta incorrecta, en blanco o con más de una marca ni suma ni resta, es decir, se valora con cero puntos.

Guidelines

- **The exam is presented in Spanish and English, but must be answered exclusively in Spanish.**
- The duration of the exam is 90 minutes.
- The use of non-programmable calculator is permitted.
- The use of laptops or any other electronic communication devices is not permitted.
- The exam has two parts: two problems and ten test questions.
- The answers to the test questions should be marked on the answer sheet that accompanies the statement.
- **The problem part will be answered on separate sheets.**
- Both parts will be completed with pen and must be given together at the end of exam.

Evaluation criteria

- Each problem will be valued between 0 and 2.5 points.
- Each test question will be valued as follow:
 - A correct answer adds 0.5 points.
 - An incorrect answer, blank or with more than one mark, neither add nor subtract, that is, it is valued with zero points.

Problemas

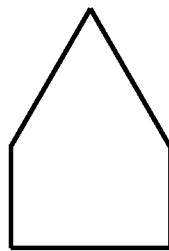
Problema 1 (2,5 puntos)

Se han comprado tres productos A , B y C . Sin tener en cuenta el IVA, el producto C vale 360 euros menos que la suma de lo que cuestan A y B conjuntamente, mientras que el importe total de los tres productos asciende a 800 euros. El producto A paga un IVA del 6%, el producto B del 12% y el producto C del 30%. La factura total con IVA importa 917,60 euros.

- Plantear un sistema de ecuaciones para calcular la cantidad, sin IVA, que cuesta cada producto.
- Resolver el sistema por el método de Cramer.

Problema 2 (2,5 puntos)

Se desea construir una ventana rectangular rematada en la parte superior por un triángulo equilátero, tal como se muestra en la figura. El perímetro total de la ventana completa ha de ser 9 m. ¿Qué tamaño tiene que tener la base de la ventana para que su superficie sea máxima?



base ventana

Preguntas de test

1. La ecuación de la recta que pasa por los puntos $A(3,2,1)$ y $B(4,1,5)$ es

- a) $\begin{cases} x + y - 5 = 0 \\ 4x - z - 11 = 0 \end{cases}$
- b) $(x,y,z) = (3,2,1) + t(4,1,5)$.
- c) $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{4}$.

2. La distancia del punto $A(1,3,0)$ al plano $\pi \equiv 4x - y + 3z - 2 = 0$ vale

- a) $\frac{4}{\sqrt{26}}$.
- b) $\frac{3}{\sqrt{26}}$.
- c) $\frac{1}{\sqrt{26}}$.

3. Los planos $\begin{cases} \pi_1 \equiv -2x - 3y + 4z - 6 = 0 \\ \pi_2 \equiv 4x + 6y - 8z - 5 = 0 \end{cases}$ son

- a) paralelos.
- b) secantes.
- c) coincidentes.

4. Regularmente, el 37% de la población va al cine, el 11% al teatro y el 6% a ambas cosas. La proporción de personas que asisten regularmente a uno u otro tipo de espectáculo es

- a) 0,54.
- b) 0,48.
- c) 0,42.

5. Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$. Entonces la matriz inversa A^{-1} es

- a) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$
- b) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
- c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

6. La integral $\int_0^1 \frac{e^x}{1+e^x} dx$, donde \ln es el logaritmo neperiano, es igual a

- a) $\ln\left(\frac{e}{2}\right)$.
- b) $\ln(1+e)$.
- c) $\ln\left(\frac{1+e}{2}\right)$.

7. Se consideran las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

La segunda fila de la matriz producto $A \cdot B$ es

- a) (-1 3).
- b) (-1 4).
- c) (-1 6).

8. Si A y B son sucesos de un espacio de probabilidad, $P(A) = \frac{1}{3}$ y $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$, entonces $P(B|A)$ es igual a

- a) $1/2$.
- b) $1/3$.
- c) $1/6$.

9. El valor del $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{1 - \sqrt{x+1}}$ es igual a

- a) -2.
- b) -1.
- c) 0.

10. El área limitada por la curva $y = 2x^2 + 5x - 3$, y la recta $y = 3x + 1$ vale

- a) 27.
- b) 18.
- c) 9.

Problems

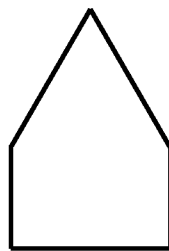
Problem 1 (2,5 points)

Three products have been purchased A , B y C . Without taking into account the VAT, the product C is 360 euros less than the sum of what they cost A and B together, while the total amount of the three products amounts to 800 euros. The product A pays 6% of VAT, the product B of 12% and the product C of 30%. The total invoice with VAT imports 917.60 euros.

- Propose a system of equations to calculate the amount, without VAT, that each product costs.
- Solve the system by the Cramer method.

Problem 2 (2,5 points)

It is desired to construct a rectangular window topped by an equilateral triangle, as shown in the figure. The total perimeter of the complete window must be 9 m. What size does the base of the window have to be so that its surface is maximum?



base window

Test Questions

1. The equation of the line passing through points $A(3,2,1)$ and $B(4,1,5)$ is

- a) $\begin{cases} x + y - 5 = 0 \\ 4x - z - 11 = 0 \end{cases}$
- b) $(x,y,z) = (3,2,1) + t(4,1,5)$.
- c) $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{4}$.

2. The distance from the point $A(1,3,0)$ to the plane $\pi \equiv 4x - y + 3z - 2 = 0$ is worth

- a) $\frac{4}{\sqrt{26}}$.
- b) $\frac{3}{\sqrt{26}}$.
- c) $\frac{1}{\sqrt{26}}$.

3. The planes $\begin{cases} \pi_1 \equiv -2x - 3y + 4z - 6 = 0 \\ \pi_2 \equiv 4x + 6y - 8z - 5 = 0 \end{cases}$ are

- a) parallels.
- b) secants.
- c) coincidents.

4. Regularly, the 37% of the population goes to the cinema, 11% to the theater and 6% a both. The proportion of people who regularly attend one or other type of show is

- a) 0,54.
- b) 0,48.
- c) 0,42.

5. Given the matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$. Then the inverse matrix A^{-1} is

- a) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$
- b) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
- c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

6. The integral $\int_0^1 \frac{e^x}{1+e^x} dx$, where \ln is the logarithm neperian, is equal to

- a) $\ln(\frac{e}{2})$.
- b) $\ln(1+e)$.
- c) $\ln(\frac{1+e}{2})$.

7. Are considered the matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

The second row of the product matrix $A \cdot B$ is

- a) (-1 3).
- b) (-1 4).
- c) (-1 6).

8. If A and B are events of a probability space, $P(A) = \frac{1}{3}$ and $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$, then $P(B|A)$ is equal to

- a) 1/2.
- b) 1/3.
- c) 1/6.

9. The value of $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{1 - \sqrt{x+1}}$ is equal to

- a) -2.
- b) -1.
- c) 0.

10. The area limited by the curve $y = 2x^2 + 5x - 3$, and the straight line $y = 3x + 1$ is equal to

- a) 27.
- b) 18.
- c) 9.