

INSTRUCCIONES

- **El enunciado de la prueba se proporciona en inglés y español. La contestación al examen ha de ser únicamente en español.**
- La duración total de la prueba es de 90 minutos.
- Se permite el uso de calculadora no programable ni con capacidades gráficas.
- No está permitido el uso de ordenadores, tablets ni ningún tipo de material electrónico o aparatos de comunicación.
- La prueba consta de dos partes:
 1. Diez preguntas tipo test, cada una con tres opciones de las que sólo una es correcta.
 2. Dos problemas de desarrollo.
- Las preguntas de test deben de contestarse en la hoja de respuestas que se adjunta.
- **La parte de problemas se contestará en hojas aparte.**
- Las dos partes de la prueba se contestarán con bolígrafo y se entregarán conjuntamente.

PUNTUACIÓN

- Cada problema se puntúa de 0 a 2'5 puntos.
- Cada pregunta del test se puntúa de la forma siguiente:
 - La respuesta correcta suma 0'5 puntos.
 - La respuesta incorrecta resta 0'15 puntos.
 - La respuesta en blanco o con más de una marca se valora con cero puntos.

INSTRUCTIONS

- **The exam statements appear both in English and Spanish but it has to be answered exclusively in Spanish.**
- The duration of the exam is of 90 minutes.
- The only calculators allowed are those non-programable or with graphic capabilities.
- The use of computers, tablets or any type of electronic material or communication devices is not allowed.
- This exam consists on two parts:
 1. Ten test questions, each with three options where only one of them is correct.
 2. Two problems.
- The answers to the test questions should be marked on the sheet provided for this purpose.
- **The problems should be answered in separated sheets.**
- Boths parts of the exam should be completed with a pen. The sheets with the answers must be delivered together.

SCORE

- Each problem is scored between 0 and 2.5 points.
- Each test question is scored as follows:
 - The correct answer adds 0.5 points.
 - La wrong answe subtracts 0.15 points.
 - Any answer either with no mark or with more than two is scored with 0 points.

1- Dados dos sucesos de un experimento aleatorio A y B , con probabilidades:

$$P(A) = \frac{4}{9}, P(B) = \frac{1}{3} \text{ y } P(A \cup B) = \frac{2}{3}$$

se verifica que la probabilidad de $A|B$ es:

a) $P(A|B) = \frac{4}{9}$

b) $P(A|B) = \frac{2}{9}$

c) $P(A|B) = \frac{1}{3}$

2- El valor del siguiente límite es:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + n + 1}{n^2 + 3}$$

- a) 3
b) no existe
c) infinito

3- Sea A una matriz 3×3 tal que

$$A^3 = -I,$$

siendo I la matriz identidad, entonces

- a) $A^{10} = A$
b) $A^{10} = -A$
c) $A^{10} = I$

4- En una bolsa hay 10 bolas rojas, 15 amarillas y 5 azules. Si se extraen de la bolsa dos bolas sin reemplazamiento la probabilidad de que las dos sean rojas es:

- a) $\frac{3}{29}$
b) $\frac{1}{3}$
c) $\frac{9}{29}$

5- En una clase de 12 estudiantes se quieren hacer grupos de tres estudiantes para realizar un trabajo.. ¿Cuántos grupos distintos se pueden hacer?

- a) 1320
b) 660
c) 220

6- La distancia del punto $P(4, 6, 0)$ al plano

$$\pi : 2x - y + 2z + 1 = 0$$

es:

- a) 1
b) 2
c) 3

7- Si $\bar{u} = (0, 3, 5)$ y $\bar{v} = (1, -1, 2)$ entonces el producto vectorial de ambos es:

- a) $\bar{u} \times \bar{v} = (1, 5, -3)$
b) $\bar{u} \times \bar{v} = (11, 5, -3)$
c) $\bar{u} \times \bar{v} = (1, 5, 3)$

8- El punto P' simétrico del punto $P(1, 0, 1)$ respecto de la recta

$$r : (x, y, z) = (1, 0, 0) + \lambda(0, 1, 1)$$

es:

- a) $P'(1, 1, 1)$
b) $P'(1, 1, 0)$
c) $P'(-1, 1, -1)$

9- Dado el plano π y la recta r de ecuaciones:

$$\pi : x + 2y - z = 2$$

$$r : \frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-5}{4}$$

se verifica que:

- a) la recta es paralela al plano y no se cortan.
b) se cortan en un punto
c) la recta está contenida en el plano

10- La ecuación del plano que es ortogonal a la recta

$$r : x = y - 1 = z$$

y pasa por el punto $P(1, 1, 1)$ es:

- a) $x + y + z = 3$
b) $x - y + z = 1$
c) $x + y + z = 1$

1- Dado el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x - y & = 2 \\ ax + y + 2z & = 0 \\ x - y + az & = 1 \end{cases}$$

- a) (1,5 puntos) Determine cuántas soluciones tiene dicho sistema en función de los valores del parámetro a .
- b) (0,5 puntos) Resuelva el sistema para el valor $a = -1$.
- c) (0,5 puntos) Resuelva el sistema para el valor $a = 2$.

2-Dada la siguiente función:

$$f(x) = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$$

- a) (0,25 puntos) Calcule el dominio y los puntos de continuidad.
- b) (1 punto) Estudie si tiene asíntotas.
- c) (0,5 puntos) Estudie el crecimiento y los extremos relativos.
- d) (0,75 puntos) Haga un dibujo aproximado de la gráfica de f .

1- Given two events of a random experiment A and B , with probabilities:

$$P(A) = \frac{4}{9}, P(B) = \frac{1}{3} \text{ y } P(A \cup B) = \frac{2}{3}$$

it is satisfied that the probability of the event $A|B$ is:

a) $P(A|B) = \frac{4}{9}$

b) $P(A|B) = \frac{2}{9}$

c) $P(A|B) = \frac{1}{3}$

2- The following limit

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + n + 1}{n^2 + 3}$$

a) tends to 3.

b) does not exist.

c) tends to infinity.

3- Let A be a 3×3 matrix such that

$$A^3 = -I,$$

where I is the 3×3 identity matrix, then it is satisfied that:

a) $A^{10} = A$

b) $A^{10} = -A$

c) $A^{10} = I$

4- A bag contains 10 red balls, 15 yellow balls and 5 blue balls. If two balls are drawn without replacement. from the bag, what is the probability that the two balls are red?

a) $\frac{3}{29}$

b) $\frac{1}{3}$

c) $\frac{9}{29}$

5- How many different groups of three students can be done if there are 12 students in the class?

a) 1320

b) 660

c) 220

6- The distance from the point $P(4,6,0)$ to the plane

$$\pi : 2x - y + 2z + 1 = 0$$

is:

a) 1

b) 2

c) 3

7- Let $\bar{u} = (0, 3, 5)$ and $\bar{v} = (1, -1, 2)$, then the vector product $\bar{u} \times \bar{v}$ is:

a) $\bar{u} \times \bar{v} = (1, 5, -3)$

b) $\bar{u} \times \bar{v} = (11, 5, -3)$

c) $\bar{u} \times \bar{v} = (1, 5, 3)$

8- The symmetric point P' for the point $P(1, 0, 1)$ with the line of symmetry:

$$r : (x, y, z) = (1, 0, 0) + \lambda(0, 1, 1)$$

is:

a) $P'(1, 1, 1)$

b) $P'(1, 1, 0)$

c) $P'(-1, 1, -1)$

9- Find the relative position of plane π

$$\pi : x + 2y - z = 2$$

and line r

$$r : \frac{x - 3}{2} = \frac{y - 2}{1} = \frac{z - 5}{4}$$

a) line r is parallel to plane π and they do not intersect.

b) they intersect in a single point

c) line r is contained in plane π

10- The equation of the plane that is orthogonal to the line

$$r : x = y - 1 = z$$

and goes through the point $P(1, 1, 1)$ is:

a) $x + y + z = 3$

b) $x - y + z = 1$

c) $x + y + z = 1$

1- Given the following system of linear equations

$$\begin{cases} x - y & = 2 \\ ax + y + 2z & = 0 \\ x - y + az & = 1 \end{cases}$$

a) (1,5 points) Determine the values of a for which the system has no solutions, exactly one solution, or infinitely many solutions.

b) (0,5 points) Solve the system for the value $a = -1$

c) (0,5 points) Solve the system for the value $a = 2$

2- Let f be the following function:

$$f(x) = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$$

a) (0,25 points) Find the domain of f and the points of continuity.

b) (1 point) Determine if f has any kind of asymptotes

c) (0,5 points) Find the intervals where f increases or decreases. Find relative maximum and minimum points for f .

d) (0,75 points) Graph the function f .