ACADEMIA La llibreta
www.academialallibreta.es
C/Botánico 9 Bajo 46008 Valencia

ENUNCIADOS BLOQUE III– MATEMÁTICAS II

JUNIO 2010

PROBLEMA A.3. Se quiere construir un estadio vallado de 10000 metros cuadrados de superficie. El estadio está formado por un rectángulo de base x y dos semicírculos exteriores de diámetro x, de manera que cada lado horizontal del rectángulo es diámetro de uno de los semicírculos. El precio de un metro de valla para los lados verticales del rectángulo es de 1 euro y el precio de un metro de valla para las semicircunferencias es de 2 euros. Se pide obtener razonadamente:

a) La longitud del perímetro del campo en función de x. *(3 puntos)*
b) El coste $f(x)$ de la valla en función de x. *(3 puntos)*
c) El valor de x para el que el coste de la valla es mínimo. *(4 puntos)*

PROBLEMA B.3. Dada la función polinómica $f(x) = 4 - x^2$, se pide obtener razonadamente:

a) La gráfica de la curva $y = 4 - x^2$. *(2 puntos)*
b) El punto P de esa curva cuya tangente es perpendicular a la recta de ecuación $x + y = 0$. *(3 puntos)*
c) Las rectas que pasan por el punto $(-2, 1)$ y son tangentes a la curva $y = 4 - x^2$, obteniendo los puntos de tangencia. *(5 puntos)*

SEPTIEMBRE 2010

PROBLEMA A.3. Dadas las funciones $f(x) = x^3$ y $g(x) = 2x^2 - x$, se pide:

a) Obtener razonadamente los puntos de intersección A y B de las curvas $y = f(x)$ e $y = g(x)$. *(3 puntos)*
b) Demostrar que $f(x) \geq g(x)$ cuando $x \geq 0$. *(3 puntos)*
c) Calcular razonadamente el área de la superficie limitada por las dos curvas entre los puntos A y B. *(4 puntos)*

PROBLEMA B.3. Dos elementos de un escudo son una circunferencia y un triángulo. La circunferencia tiene centro $(0,0)$ y radio 5. Uno de los vértices del triángulo es el punto $A=(-5,0)$. Los otros dos vértices del triángulo son los puntos de la circunferencia $B=(x,y)$ y $C=(x,-y)$. Se pide obtener razonadamente:

a) El área del triángulo en función de x. *(3 puntos)*
b) Los vértices B y C para los que es máxima el área del triángulo. *(5 puntos)*
c) El valor máximo del área del triángulo. *(2 puntos)*

JUNIO 2011

PROBLEMA A.3. Sea f la función definida por

$$f(x)=\frac{x}{x^2-3x+2}$$

Obtener **razonadamente**:

a) El dominio y las asíntotas de la función $f(x)$. *(3 puntos)*

b) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x)$. *(4 puntos)*

c) La integral $\int f(x)\,dx=\int \frac{x}{x^2-3x+2}\,dx$ *(3 puntos)*

PROBLEMA B.3. Se desea construir un campo rectangular con vértices A, B, C y D de manera que:

Los vértices A y B sean puntos del arco de la parábola $y=4-x^2$, $-2\le x\le 2$, y el segmento de extremos A y B es horizontal.

Los vértices C y D sean puntos del arco de la parábola $y=x^2-16$, $-4\le x\le 4$, y el segmento de extremos C y D es horizontal.

Los puntos A y C deben tener la misma abcisa, cuyo valor es el número real positivo x.

Los puntos B y D deben tener la misma abcisa, cuyo valor es el número real negativo $-x$.

Se pide obtener **razonadamente**:

a) La expresión $S(x)$ del área del campo rectangular en función del número real positivo x. *(4 puntos)*

b) El número real positivo x para el que el área $S(x)$ es máxima. *(4 puntos)*

c) El valor del área máxima. *(2 puntos)*

SEPTIEMBRE 2011

PROBLEMA A.3. Dada la función f definida por $f(x)=x^2\,e^{-x}$

Obtener **razonadamente**:

a) El dominio y el recorrido de la función f. *(2 puntos)*

b) Los valores de x donde la función $f(x)=x^2\,e^{-x}$ alcanza el máximo relativo y el mínimo relativo. *(2 puntos)*

c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de dicha función f. *(2 puntos)*

d) Los valores de x donde la función $f(x)=x^2\,e^{-x}$ tiene los puntos de inflexión. *(2 puntos)*

e) La gráfica de la curva $y=x^2\,e^{-x}$, explicando con detalle la obtención de su asíntota horizontal. *(2 puntos)*

PROBLEMA B.3. Un coche recorre el arco de parábola T de ecuación $2y = 36 - x^2$, variando la x de -6 a 6. Se representa por $f(x)$ a la distancia del punto $(0, 9)$ al punto (x, y) del arco T donde está situado el coche. Se pide obtener **razonadamente**:

a) La expresión de $f(x)$. *(2 puntos)*
b) Los puntos del arco T donde la distancia $f(x)$ tiene mínimos relativos. *(2 puntos)*
c) Los valores máximo y mínimo de la distancia $f(x)$. *(2 puntos)*
d) El área de la superficie limitada por el arco de parábola T y el segmento rectilíneo que une los puntos $(-6, 0)$ y $(6, 0)$. *(4 puntos)*

JUNIO 2012

PROBLEMA A.3. Con el símbolo $\ln x$ se representa el logaritmo de un número positivo x cuando la base del logaritmo es el número e. Sea f la función que para un número positivo x está definida por la igualdad

$$f(x) = 4x \ln x.$$

Obtener **razonadamente**:

a) El valor de x donde la función f alcanza el mínimo relativo. *(4 puntos)*
b) La ecuación de la recta tangente a la curva $y = 4x \ln x$ en el punto (1,0). *(3 puntos)*
c) El área limitada entre las rectas $y = 0$, $x = e$ y $x = e^2$ y la curva $y = 4x \ln x$. *(3 puntos)*

PROBLEMA B.3. Para diseñar un escudo se dibuja un triángulo T de vértices $A = (0, 12)$, $B = (-x, x^2)$ y $C = (x, x^2)$, siendo $x^2 < 12$.

Obtener **razonadamente**:

a) El área del triángulo T en función de la abscisa x del vértice C. *(2 puntos).*
b) Las coordenadas de los vértices B y C para que el área del triángulo T sea máxima. *(3 p).*

Para completar el escudo se añade al triángulo T de área máxima la superficie S limitada entre la recta $y = 4$ y el arco de parábola $y = x^2$, cuando $-2 \le x \le 2$.

Obtener **razonadamente**:

c) El área de la superficie S. *(3 puntos).*
d) El área total del escudo. *(2 puntos).*

SEPTIEMBRE 2012

PROBLEMA A.3. Se definen las funciones f y g por $f(x) = -x^2 + 2x$ y $g(x) = x^2$.

Obtener **razonadamente**:

a) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de cada una de esas dos funciones. *(2 p).*
b) El máximo relativo de la función $f(x) = -x^2 + 2x$ y el mínimo relativo de $g(x) = x^2$. *(2 p).*
c) Los puntos de intersección de las curvas $y = -x^2 + 2x$ e $y = x^2$. *(2 puntos).*
d) El área encerrada entre las curvas $y = -x^2 + 2x$ e $y = x^2$, donde en ambas curvas la x varía entre 0 y 1. *(4 puntos).*

PROBLEMA B.3. Se desea construir un depósito cilíndrico de 100 m^3 de capacidad, abierto por la parte superior. Su base es un círculo en posición horizontal de radio x y la pared vertical del depósito es una superficie cilíndrica perpendicular a su base.
El precio del material de la base del depósito es 4 euros/m^2.
El precio del material de la pared vertical es 2 euros/m^2.
Obtener razonadamente:

a) El área de la base en función de su radio x. *(1 punto).*
b) El área de la pared vertical del cilindro en función de x. *(2 puntos).*
c) La función $f(x)$ que da el coste del depósito. *(2 puntos).*
d) El valor x del radio de la base para que el coste del depósito es mínimo y el valor de dicho coste mínimo. *(5 puntos).*

JUNIO 2013

PROBLEMA A.3. Se estudió el movimiento de un meteorito del sistema solar durante un mes. Se obtuvo que la ecuación de su trayectoria T es $y^2 = 2x + 9$, siendo $-4{,}5 \leq x \leq 8$ e $y \geq 0$, estando situado el Sol en el punto (0,0). Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

a) La distancia del meteorito al Sol desde un punto P de su trayectoria cuya abcisa es x. *(3 puntos)*
b) El punto P de la trayectoria T donde el meteorito alcanza la distancia mínima al Sol. *(5 p)*
c) Distancia mínima del meteorito al Sol. *(2 puntos)*

PROBLEMA B.3. Dada la función f definida por $f(x) = \text{sen}\, x$, para cualquier valor real, se pide obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

a) La ecuación de la recta tangente a la curva $y=f(x)$ en el punto de abcisa $x=\pi/6$. *(4 puntos)*
b) La ecuación de la recta normal a la curva $y=f(x)$ en el punto de abcisa $x=\pi/3$. Se recuerda que la recta normal a una curva en un punto P es la recta que pasa por ese punto y es perpendicular a la recta tangente a la curva en el punto P. *(3 puntos)*
c) El ángulo formado por las rectas determinadas en los apartados a) y b). *(3 puntos)*

JULIO 2013

PROBLEMA A.3. Se dan las funciones $f(x)=\frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ y $g(x)=\ln\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$.

Obtener <u>razonadamente</u>, <u>escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado</u>:

a) Las derivadas de *f(x)* y *g(x)*. *(4 puntos).*
b) Los dominios de definición de las funciones *f(x)* y *g(x)*. *(3 puntos).*
c) La expresión simplificada de la función *f(x) + g(x)*, *(1´5 puntos)*, y el recorrido de esta función *f(x) + g(x)*. *(1´5 puntos).*

PROBLEMA B.3. En el plano *XY* está dibujada una parcela *A* cuyos límites son dos calles de ecuaciones $x = 0$ y $x = 40$, respectivamente, una carretera de ecuación $y = 0$, y el tramo del curso de un río de ecuación

$$y=f(x)=30\sqrt{2x+1}$$, con $0 \le x \le 40$, siendo positivo el signo de la raíz cuadrada.

Se pretende urbanizar un rectángulo *R* inscrito en la parcela *A*, de manera que los vértices de *R* sean los puntos $(x, 0)$, $(x, f(x))$, $(40, f(x))$ y $(40, 0)$.

Obtener <u>razonadamente</u>, <u>escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado</u>:

a) El área de la parcela *A*. *(3 puntos).*
b) Los vértices del rectángulo R al que corresponde área máxima. *(5 puntos).*
c) El valor de dicha área máxima. *(2 puntos).*

JUNIO 2014

PROBLEMA A.3. Obtener <u>razonadamente</u>, <u>escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado</u>:

a) El valor de m para el cual la función $f(x)=\begin{cases} m(x+1)e^{2x}, & x\le 0 \\ \dfrac{(x+1)\,\mathrm{sen}\,x}{x}, & x>0 \end{cases}$

es continua en x=0 *(3 puntos)*

b) Los intervalos de crecimiento o decrecimiento de la función $(x+1)e^{2x}$. *(3 puntos)*

c) La integral $\int (x+1)e^{2x}\,dx$, *(2 puntos)* y el área limitada por la curva $y = (x+1)e^{2x}$ y las rectas $x = 0$, $x = 1$ e $y = 0$. *(2 puntos)*

PROBLEMA B.3. Se tiene un cuadrado de mármol de lado 80 cm. Se produce la rotura de una esquina y queda un pentágono de vértices $A = (0, 20)$, $B = (20, 0)$, $C = (80, 0)$, $D = (80, 80)$ y $E = (0, 80)$. Para obtener una pieza rectangular se elige un punto $P = (x, y)$ del segmento AB y se hacen dos cortes paralelos a los ejes X e Y. Así se obtiene un rectángulo cuyos vértices son los puntos $P = (x, y)$, $F = (80, y)$, $D = (80, 80)$ y $G = (x, 80)$.

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

a) El área del rectángulo R en función de x, cuando $0 \le x \le 20$. *(3 puntos)*
b) El valor de x para el que el área del rectángulo R es máxima. *(5 puntos)*
c) El valor del área máxima del rectángulo R. *(2 puntos)*

JULIO 2014

PROBLEMA A.3. Sea f la función real definida por $f(x) = x\,e^{x} - 3x$.

Se pide la obtención razonada, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado, de:

a) Los puntos de corte de la curva $y=f(x)$ con el eje X. (2 *puntos*).
b) El punto de inflexión de la curva $y=f(x)$, (2 *puntos*), así como la justificación razonada de que la función f es creciente cuando $x = 2$. (2 *puntos*).
c) El área limitada por el eje X y la curva $y=f(x)$, cuando $0 \le x \le \ln 3$, donde ln significa logaritmo neperiano. (4 *puntos*).

PROBLEMA B.3. Un club deportivo alquila un avión de 80 plazas para realizar un viaje a la empresa VR. Hay 60 miembros del club que han reservado su billete. En el contrato de alquiler se indica que el precio de un billete será 800 euros si sólo viajan 60 personas, pero que el precio por billete disminuye en 10 euros por cada viajero adicional a partir de esos 60 viajeros que ya han reservado el billete.

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

a) El total que cobra la empresa VR si viajan 61, 70 y 80 pasajeros. (1 *punto*).
b) El total que cobra la empresa VR si viajan $60 + x$ pasajeros, siendo $0 \le x \le 20$. (4 *puntos*).
c) El número de pasajeros entre 60 y 80 que maximiza lo que cobra en total la empresa VR. (5 *puntos*)

JUNIO 2015

PROBLEMA A.3. Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

a) Los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función real f definida por $f(x) = (x-1)(x-3)$, siendo x un número real. (3 puntos)

b) El área del recinto acotado limitado entre las curvas $y = (x-1)(x-3)$ e $y = -(x-1)(x-3)$. (4 puntos)

c) El valor positivo de a para el cual el área limitada entre la curva $y = a(x-1)(x-3)$, el eje Y y el segmento que une los puntos (0, 0) y (1, 0) es 4/3. (3 puntos)

PROBLEMA B.3. Un pueblo está situado en el punto A (0, 4) de un sistema de referencia cartesiano. El tramo de un río situado en el término municipal del pueblo describe la curva

$$y = \frac{x^2}{4}, \quad \text{siendo } -6 \le x \le 6.$$

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

a) La distancia entre un punto $P(x, y)$ del río y el pueblo en función de la abcisa x de P. *(2 puntos)*

b) El punto o puntos del tramo del río situados a distancia mínima del pueblo. *(4 puntos)*

c) El punto o puntos del tramo del río situados a distancia máxima del pueblo. *(4 puntos)*

JULIO 2015

PROBLEMA A.3. Se da la función f definida por $f(x) = \frac{x}{(x+1)^2}$.

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

a) El dominio y las asíntotas de la función f. *(3 puntos)*

b) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función f. *(4 puntos)*

c) La integral $\int \frac{x}{(x+1)^2}dx$ *(3 puntos)*

PROBLEMA B.3. Se va a construir un depósito de 1500 m^3 de capacidad, con forma de caja abierta por la parte superior. Su base es un cuadrado y las paredes laterales son cuatro rectángulos iguales perpendiculares a la base. El precio de cada m^2 de la base es de 15€ y el precio de cada m^2 de pared lateral es de 5€.

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

a) El coste total del depósito en función de la longitud x de un lado de la base. *(3 puntos)*

b) Las longitudes del lado de la base y de la altura del depósito para que dicho coste total sea mínimo. *(5 puntos)*

c) El valor del mínimo coste total del depósito. *(2 puntos)*

JUNIO 2016

PROBLEMA A.3. Se da la función f definida por $f(x)=\dfrac{1}{x^2-5x+6}$

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

a) Dominio y asíntotas de la función f. *(2 puntos)*

b) Intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función f. *(3 puntos)*

c) La integral $\int f(x)\,dx$ *(3 puntos)*

d) El valor de $a>4$ para el que el área de la superficie limitada por la curva $y = f(x)$ y las rectas $y = 0$, $x = 4$ y $x = a$ es $\ln(3/2)$. *(4 puntos)*

PROBLEMA B.3. Cada día, una planta productora de acero vende x toneladas de acero de baja calidad e y toneladas de acero de alta calidad. Por restricciones del sistema de producción debe suceder que $y=\dfrac{23-5x}{10-x}$, siendo $0<x<\dfrac{23}{5}$.

El precio de una tonelada de acero de alta calidad es de 900 euros y el precio de una tonelada de acero de baja calidad es de 300 euros.

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

a) Los ingresos obtenidos en un día en función de x. *(3 puntos)*

b) Cuántas toneladas de cada tipo de acero se deben vender en un día para que los ingresos obtenidos ese día sean máximos. *(5 puntos)*

c) El ingreso máximo que se puede obtener por las ventas de acero en un día. *(2 puntos)*

JULIO 2016

PROBLEMA A.3. Se da la función f definida por $f(x)=x^2+|x|$, donde x es un número real cualquiera y $|x|$ representa el valor absoluto de x. Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

a) El punto o puntos donde la gráfica de la función f corta a los ejes de coordenadas. *(2 puntos)*

b) La justificación de que la curva $y = f(x)$ es simétrica respecto al eje de ordenadas. *(1 punto)*

c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función f, *(2 puntos)*
y el extremo relativo de la función f, justificando si es máximo o mínimo. *(1 punto)*

d) La representación gráfica de dicha curva $y = f(x)$. *(1 punto)*

e) Las integrales definidas $\int_{-1}^{0} f(x)\,dx$ y $\int_{0}^{2} f(x)\,dx$. *(1,5 + 1,5 puntos)*

PROBLEMA B.3. La diferencia de potencial x entre dos puntos de un circuito eléctrico provoca el paso de una corriente eléctrica de intensidad y, que está relacionada con la diferencia de potencial x por la ecuación $y = -x^2 - x + 6$, siendo $0 \le x \le 2$.

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La gráfica de la función $f(x) = -x^2 - x + 6$ *(3 puntos)*
y deducir, gráfica o analíticamente, el valor de la intensidad y cuando la diferencia de potencial x es 0 y el valor de la diferencia de potencial x al que corresponde una intensidad y igual a 0, siendo $0 \le x \le 2$. *(1 punto)*

b) El valor de la diferencia de potencial x para el que es máximo el producto $y \cdot x$ de la intensidad y por la diferencia de potencial x, cuando $0 \le x \le 2$, *(2 puntos)*
y obtener el valor máximo de dicho producto $y \cdot x$, cuando $0 \le x \le 2$, *(1 punto)*

c) El área de la superficie situada en el primer cuadrante limitada por la curva $y = f(x)$, el eje de abscisas y el eje de ordenadas. *(2 puntos)*

JUNIO 2017

PROBLEMA A.3. Se desea unir un punto M situado en un lado de una calle, de 6 m. de anchura, con el punto N situado en el otro lado de la calle, 18 m. más abajo, mediante dos cables rectos, uno desde M hasta un punto P, situado al otro lado de la calle, y otro desde el punto P hasta el punto N. Se representó la calle en un sistema cartesiano y resultó que $M = (0, 6)$, $P = (x, 0)$ y $N = (18, 0)$. El cable MP tiene que ser más grueso debido a que cruza la calle sin apoyos intermedios, siendo su precio de 10 €/m. El precio del cable PN es de 5 €/m.

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) El costo total C de los dos cables en función de la abcisa x del punto P, cuando $0 \le x \le 18$. *(3 puntos)*

b) El valor de x, con $0 \le x \le 18$, para el que el costo total C es mínimo. *(4 puntos)*

c) El valor de dicho costo total mínimo. *(3 puntos)*

PROBLEMA B.3. Dada la función f definida por $f(x) = \dfrac{x^2+1}{x}$, para cualquier valor real $x \neq 0$, se pide obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función f, *(2 puntos)*
y los extremos relativos de la función f. *(1 punto)*

b) Las asíntotas de la curva $y = f(x)$. *(3 puntos)*

c) El área de la región plana limitada por la curva $y = \dfrac{x^2+1}{x}$, $1 \le x \le e$,
el segmento que une los puntos $(1,0)$ y $(e,0)$, y las rectas $x = 1$ y $x = e$. *(4 puntos)*

JULIO 2017

PROBLEMA A.3. Se consideran las curvas $y = x^3$, $y = a\,x$ y la función $f(x) = x^3 - a\,x$, siendo a un parámetro real y $a > 0$. Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Los puntos de corte de la curva $y = f(x)$ con los ejes coordenados y los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función f. *(1 + 2 puntos)*

b) La gráfica de la función f cuando $a = 9$. *(3 puntos)*

c) Calcular en función del parámetro a, el área de la región acotada del primer cuadrante encerrada entre las curvas $y = x^3$ e $y = a\,x$, cuando $a > 1$. *(2 puntos)*

d) El valor del parámetro a para el que el área obtenida en el apartado c) coincide con el área de la región acotada comprendida entre la curva $y = x^3$, el eje OX y las rectas $x = 0$ y $x = 2$. *(2 puntos)*

PROBLEMA B.3. Se considera el triángulo T de vértices $O = (0, 0)$, $A = (x, y)$ y $B = (0, y)$, siendo $x > 0$, $y > 0$, y tal que la suma de las longitudes de los lados OA y AB es 30 metros. Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) El área del triángulo T en función de x. *(3 puntos)*

b) El valor de x para el que dicha área es máxima. *(5 puntos)*

c) El valor de dicha área máxima. *(2 puntos)*

JUNIO 2018

PROBLEMA A.3. Dada la función $f(x) = \dfrac{1}{x^2 - x}$ se pide obtener, **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) El dominio y las asíntotas de la función $f(x)$. *(2 puntos)*

b) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x)$, *(4 puntos)*

c) El área limitada por la curva $y = f(x)$, el eje de abcisas y las rectas $x = 2$ y $x = 3$. *(4 puntos)*

PROBLEMA B.3. Se divide un alambre de longitud 100 cm en dos partes. Con una de ellas, de longitud x, se construye un triángulo equilátero y con la otra, de longitud $100 - x$, se construye un cuadrado. Se pide obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La función de la variable x que expresa la suma de las áreas del triángulo equilátero y del cuadrado, siendo $0 \le x \le 100$. *(4 puntos)*

b) El valor de la variable x en el intervalo $[0,100]$ para el cual dicha función (suma de las áreas en función de x obtenida en el apartado a)) alcanza su mínimo valor. *(3 puntos)*

c) El valor de la variable x en el intervalo $[0,100]$ para el cual dicha función alcanza su máximo valor. Interpretar el resultado obtenido. *(3 puntos)*

JULIO 2018

PROBLEMA A.3. Consideramos la función $f(x) = a\,x^3 + b\,x^2 + c\,x\cos(\pi x)$, que depende de los parámetros a, b, c. Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La relación entre los coeficientes a, b, c sabiendo que f(x) toma el valor 22 cuando $x = 1$. *(2 puntos)*

b) La relación que deben verificar los coeficientes a, b y c para que sea horizontal la recta tangente a la curva $y = f(x)$ en el punto P de dicha curva, sabiendo que la abscisa del punto P es $x = 1$. *(4 puntos)*

c) $\int_0^1 x\cos(\pi x)dx$ *(4 puntos)*

PROBLEMA B.3. Dentro de una cartulina rectangular se desea hacer un dibujo que ocupe un rectángulo R de 600 cm^2 de área de manera que:
Por encima y por debajo de R deben quedar unos márgenes de 3 cm de altura cada uno. Los márgenes a izquierda y derecha de R deben tener una anchura de 2 cm cada uno.

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) El área de la cartulina en función de la base x del rectángulo R. *(3 puntos)*

b) El valor de x para el cual el área de la cartulina es mínima. *(5 puntos)*

c) Las dimensiones de dicha cartulina de área mínima. *(3 puntos)*