

EXAMEN Matemáticas II PCE 2024.



Convocatoria mayo. Fecha de examen 22/05/2024

TEST

Quince preguntas tipo test de las cuales puede responder a diez y solo a diez. En caso de responder más de 10 preguntas, solo se contarán las 10 primeras respondidas. Valor total de esta parte 5 puntos. Cada pregunta de tipo test ofrece tres opciones para la respuesta de las que sólo una es correcta. Se puntúa de la forma siguiente:

- La respuesta correcta suma 0,5 puntos. La respuesta incorrecta resta 0,1 puntos.
- La respuesta en blanco o marcada incorrectamente se valora con 0 puntos.

1. Todo sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas:

- Puede tener exactamente dos soluciones
- Si tiene un número par (mayor que 0) de soluciones, tiene infinitas
- Ninguna de las anteriores

2. Si A , B son matrices reales tales que es posible formar el producto AB y, además, $\text{rango}(A) = 2$ y $\text{rango}(B) = 3$, entonces $\text{rango}(AB)$ es:

- 6
- 3
- Ninguna de las anteriores

3. Todo sistema de ecuaciones lineales que tiene más ecuaciones que incógnitas:

- Es incompatible
- Es compatible indeterminado
- Ninguna de las anteriores

4. Si A es una matriz real $m \times n$ (con m distinto de n) y B es otra matriz tal que existen los productos AB y BA :

- Entonces B es una matriz $n \times n$

- b) Entonces B es una matriz $n \times m$
- c) Ninguna de las anteriores

5. En el espacio vectorial \mathbb{R}^3 :

- a) Puede haber un sistema generador con cuatro vectores
- b) Los elementos de todo sistema generador forman una base
- c) Ninguna de las anteriores

6. Dados los puntos del espacio $A(1, 7, 11)$ y $B(4, -2, 17)$, otro punto alineado con ellos $P(a, b, c)$ y tal que está a la mitad de distancia de A que de B), cumple:

- a) $a + b + c = 19$
- b) $a \cdot b \cdot c < 0$
- c) Ninguna de las anteriores

7. El valor de $k \in \mathbb{R}$ para el cual los vectores $u = (k, 1)$ y $v = (6, 3)$ son linealmente dependientes:

- a) Puede ser negativo
- b) Es impar
- c) Ninguna de las anteriores

8. La integral definida

$$\int_{-5}^5 \frac{x^{2023}}{x^{2024} + 2} dx$$

- a) Cumple que $I > 1$
- b) Cumple que $I < 1$
- c) Ninguna de las anteriores

9. La integral $\int_0^{\pi} (x + \operatorname{sen}x) dx$

- a) Es menor o igual que 0
- b) Es mayor que $\pi^2/2$
- c) Ninguna de las anteriores

10. La función $f(x) = x^4 - 8x^3 + 22x^2 - 24x + 7$:

- a) Es decreciente en el intervalo $(0, 2)$
- b) Es creciente en el intervalo $(1, 2)$
- c) Ninguna de las anteriores

11. El límite

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x - 3}}{x^2 - 49}$$

- a) No existe
- b) Es igual a 0
- c) Ninguna de las anteriores

12. Sean A, B dos sucesos tales que la probabilidad de que ocurran simultáneamente es $P = 1/4$. Entonces, la probabilidad de que al menos uno de los dos no ocurra:

- a) Es menor que 0.4
- b) Es mayor que 0.6
- c) Ninguna de las anteriores

13. Se lanzan simultáneamente 4 monedas. La probabilidad de obtener, al menos, una cara:

- a) Es mayor que 0.8
- b) Es menor que 0.3
- c) Ninguna de las anteriores

14. Sean A, B, C sucesos arbitrarios de un experimento aleatorio. El suceso "ocurren exactamente dos sucesos de entre los A, B, C " se expresa:

- a) $(A \cup B) \cap (A \cup C) \cap (B \cup C)$
- b) $(A \cap B \cap \bar{C}) \cup (A \cap \bar{B} \cap C) \cup (\bar{A} \cap B \cap C)$, donde la barra denota el suceso complementario
- c) Ninguna de las anteriores

15. Sean A, B dos sucesos tales que $P(A) = 2/5$, $P(B) = 1/3$ y $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1/3$, donde la barra denota el suceso complementario. Entonces:

- a) $0.6 \leq P(A \cup B) \leq 0.7$
- b) $0.1 \leq P(A \cap B) \leq 0.2$

c) Ninguna de las anteriores

PROBLEMAS

2 opciones (con dos problemas cada una). Elegir UNA OPCIÓN.

OPCIÓN 1.

1. Estudiar la existencia de inversa, según los valores del parámetro $a \in \mathbb{R}$, para la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & a \\ a & 1 & a \\ a & a & 1 \end{pmatrix}$$

En el caso $a = 1/2$, calcular la traza (suma de los elementos de la diagonal) de A^{-1} .

2. Calcular las dimensiones del rectángulo de mayor área que puede inscribirse con su base en el eje horizontal y limitado por las curvas $y^2 = 8x$, $x = 4$. ¿Cuál es ese área?

OPCIÓN 2.

3. Dados los planos $\pi_1 : 2x - y + z = 3$, $\pi_2 : x - y + z = 2$, $\pi_3 : 3x - y - az = b$, determinar los valores de $a, b \in \mathbb{R}$ para que definan una única recta y obtener un vector director de la misma.

4. Se reparten 5 papeletas de una tira numerada del 1 al 40. Calcular la probabilidad de que exactamente tres de las papeletas estén numeradas con múltiplos de 10 (no es necesario dar el resultado con decimales, basta con fracciones).

SOLUCIONES